



UNAP



FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA QUÍMICA

TESIS

**DESARROLLO DE DIAGRAMAS EN SIMULINK DE MATLAB PARA
EL MODELAMIENTO Y SIMULACIÓN DE TRES SISTEMAS
DINÁMICOS DE PRIMER ORDEN**

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE
INGENIERO QUÍMICO**

PRESENTADO POR:

**JHOLEY PETTERSON FERNÁNDEZ PINCHE
POOL ANTHONY BARDALES NÚÑEZ**

ASESORES:

Ing. FERNANDO JAVIER SALAS BARRERA, MSc.

Ing. LUIS ANTONIO FLORES FLORES, Dr.

IQUITOS, PERÚ

2023



UNAP

**Facultad de Ingeniería Química
Unidad de Investigación**



ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS N° 002 -CGT-FIQ-UNAP-2023

En Iquitos, en el auditorio de la Facultad de Ingeniería Química, a los 17 días del mes de MARZO de 2023, a horas 11:00, se dio inicio a la sustentación pública de la Tesis titulada: **“DESARROLLO DE DIAGRAMAS EN SIMULINK DE MATLAB PARA EL MODELAMIENTO Y SIMULACIÓN DE TRES SISTEMAS DINÁMICOS DE PRIMER ORDEN”**, aprobado con Resolución Decanal N° 048-2023-FIQ-UNAP, presentado por los Bachilleres: **Jholey Petterson Fernández Pinche y Pool Anthony Bardales Núñez**, para optar el título profesional de **Ingeniero Químico**, que otorga la Universidad de acuerdo Ley y Estatuto.

El jurado calificador y dictaminador designado mediante R. D. N° 027-2023-FIQ-UNAP está integrado por:

Ing. JOSÉ MANUEL PERDIZ DÁVILA, Mtro.	Presidente
Ing. VÍCTOR GARCÍA PÉREZ, Mtro.	Miembro
Ing. MATSEN ROLANDO GARCÍA NAVARRO, Mtro.	Miembro

«Luego de haber escuchado con atención y formulado las preguntas necesarias, las cuales fueron respondidas: SATISFACTORIAMENTE.

El jurado después de las deliberaciones correspondientes, llegó a las siguientes conclusiones:

La sustentación pública y la tesis ha sido: APROBADA con la calificación BUENA, estando los bachilleres aptos para obtener el Título Profesional de Ingeniero Químico. Siendo las 12:05 se dio por terminado el acto de SUSTENTACION.



Ing. JOSÉ MANUEL PERDIZ DÁVILA, Mtro.
Presidente de Jurado

Ing. VÍCTOR GARCÍA PÉREZ, Mtro.
Miembro

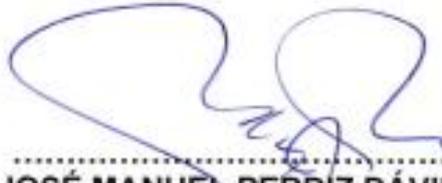
Ing. MATSEN ROLANDO GARCÍA NAVARRO, Mtro.
Miembro

Ing. FERNANDO JAVIER SALAS BARRERA, MSc.
Asesor

Ing. LUIS ANTONIO FLORES FLORES, Mtro.
Asesor

UNIVERSIDAD

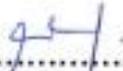
JURADO Y ASESOR



.....
Ing. JOSÉ MANUEL PERDIZ DÁVILA, Mtro.
Presidente de Jurado



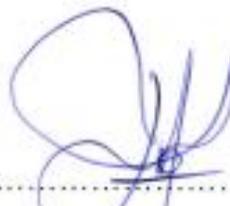
.....
Ing. VÍCTOR GARCÍA PÉREZ, Dr.
Miembro



.....
Ing. MATSEN ROLANDO GARCÍA NAVARRO, Mtro.
Miembro



.....
Ing. FERNANDO JAVIER SALAS BARRERA, MSc.
Asesor



.....
Ing. LUIS ANTONIO FLORES FLORES, Dr.
Asesor

Nombre del usuario:
Universidad Nacional de la Amazonia Peruana

ID de Comprobación:
71160879

Fecha de comprobación:
08.08.2022 10:06:07 -05

Tipo de comprobación:
Doc vs Internet

Fecha del informe:
08.08.2022 10:11:43 -05

ID de Usuario:
Ocultado por Ajustes de Privacidad

Nombre de archivo: **TESIS RESUMEN JHOLEY PETTERSON FERNANDEZ PINCHE y POOL ANTHONY BARDALES NUÑEZ**

Recuento de páginas: **84** Recuento de palabras: **13899** Recuento de caracteres: **77972** Tamaño de archivo: **2.04 MB** ID de archivo: **82198550**

Modificaciones del texto detectadas (el índice de similitudes pueda verse afectado)

10.4% de Coincidencias

La coincidencia más alta: **2.03%** con la fuente de Internet (<https://repositorio.unapiquitos.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12737/>).

10.4% Fuentes de Internet 631

Página 86

No se llevó a cabo la búsqueda en la Biblioteca

13% de Citas

Citas 61

Página 87

No se han encontrado referencias

0% de Exclusiones

No hay exclusiones

Modifind

Modificaciones del texto detectadas. Busque más detalles en el informe en línea.

Caracteres sustituidos 572

Formateo sospechoso 23 Páginas

DEDICATORIA

Dedico con todo mi corazón mi tesis a mi madre, pues sin ella no lo habría logrado. Tu bendición a diario y a lo largo de mi vida me protege y me lleva por el camino del bien. Por eso te doy mi trabajo en ofrenda por tu paciencia y amor, madre mía, te amo. También dedico esta tesis a mis hermanos, a mi familia Bardales Fernández, a mi compañera de vida Milagros y a mi hija Jessalyn Sophia que es el motor y motivo para salir adelante y a las demás personas por brindarme el apoyo incondicional.

Jholey Petterson Fernández Pinche

Esta tesis va dedicado a mi padre celestial por guiarme y brindarme luz en tiempos de oscuridad.

A mis padres por haberme forjado como la persona que soy en la actualidad; muchos de mis logros se los debo a ustedes en los que se incluye este.

A mi gran amor, mi hija Carolina Margarita mi motivo de seguir adelante, cueste lo que cueste.

A mi abuela Margarita y a mis tíos por ayudarme a ver que la vida no es fácil y siempre que caes tienes que levantarte.

Pool Anthony Bardales Núñez

AGRADECIMIENTO

Agradezco a mi asesor de tesis el Ing. Fernando Javier Salas Barrera por haber brindado la oportunidad de recurrir a su capacidad y conocimiento científico.

Mi agradecimiento también va para toda mi familia por apoyarme día a día, hasta el día de mi egreso.

Jholey Petterson Fernández Pinche

Tus esfuerzos siempre fueron impresionantes y tu amor para mí y mis hermanas es invaluable, junto con mi padre me has educado y proporcionado todo y cada cosa que he necesitado, tus enseñanzas las aplico día a día; en verdad tengo mucho que agradecerte, te doy las gracias mamá.

Pool Anthony Bardales Núñez

ÍNDICE DE CONTENIDO

	Pág.
PORTADA	i
ACTA DE SUSTENTACIÓN	ii
JURADOS Y ASESOR	iii
RESULTADO DEL INFORME DE SIMILITUD	iv
ÍNDICE DE CONTENIDO	vii
ÍNDICE DE TABLAS	ix
ÍNDICE DE FIGURAS	x
RESUMEN	xiii
ABSTRACT	xiv
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO	4
1.1. Antecedentes	4
1.2. Bases teóricas	5
1.2.1. Transformada de Laplace de funciones elementales	5
1.2.2. Transformada inversa de Laplace	9
1.2.3. Ecuación general de balance de masa	11
1.2.4. Ecuación general de balance de energía para procesos no reactivos	12
1.2.5. Sistema dinámico de primer orden	14
1.2.6. Simulink de Matlab	16
1.3. Definición de términos básicos	29
1.3.1. Variable de entrada al sistema dinámico en el dominio t	29
1.3.2. Función de transferencia	30
1.3.3. Parámetros de un sistema dinámico de primer orden	30
1.3.4. Variable de salida del sistema dinámico en el dominio t	30
1.3.5. Variable de desviación	30
1.3.6. Variable de entrada al sistema dinámico en el dominio s	30
1.3.7. Variable de salida del sistema dinámico en el dominio s	30
CAPÍTULO II: HIPÓTESIS Y VARIABLES	31
2.1. Formulación de la hipótesis	31
2.2. Variables y su operacionalización	31
CAPÍTULO III: METODOLOGÍA	33
3.1. Tipo y diseño	33
3.1.1. Modelado de tres sistemas dinámicos de primer orden	34

3.1.2. Desarrollo de diagramas en Simulink de Matlab de tres sistemas dinámicos de primer orden	44
3.2. Diseño muestral	56
3.3. Procedimientos de recolección de datos	56
3.4. Procesamiento y análisis de datos	61
3.5. Aspectos éticos	61
CAPÍTULO IV: RESULTADOS	62
CAPÍTULO V: DISCUSIÓN	78
CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES	81
CAPÍTULO VII: RECOMENDACIONES	82
CAPÍTULO VIII: FUENTES DE INFORMACIÓN	83
ANEXOS	85
Anexo 1. Matriz de consistencia	86
Anexo 2. Código en Wolfram Mathematica para el control de nivel de líquido en un tanque	87
Anexo 3. Código en Wolfram Mathematica para el proceso térmico	91
Anexo 4. Código en Wolfram Mathematica para el proceso de mezclado	96

ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Transformada de Laplace de funciones elementales	6
Tabla 2. Operacionalización de las variables	32
Tabla 3. Resultados de K , τ y h_{final} , en la simulación del control de nivel de líquido en un tanque	62
Tabla 4. Resultados de K , τ y T_{Lfinal} , en la simulación del proceso térmico	62
Tabla 5. Resultados de K , τ e y_{final} , en la simulación del proceso de mezclado	62

ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Representación gráfica de la función $u(t)$	8
Figura 2. Representación gráfica de la función $u(t - a)$	8
Figura 3. Diagrama de bloque para un sistema de primer orden	16
Figura 4. Icono de Simulink en la ventana de comandos de Matlab	17
Figura 5. Página de inicio de Simulink de Matlab	17
Figura 6. Ventana de comandos de Simulink	18
Figura 7. Librería de objetos de Simulink	19
Figura 8. Bloques de la librería Commonly Used Blocks	20
Figura 9. Bloques de la librería Continuous	20
Figura 10. Bloques de la librería Math Operations	21
Figura 11. Bloques de la librería Sinks	21
Figura 12. Bloques de la librería Sources	22
Figura 13. Representación de la función $x(t)$ en Simulink de Matlab	23
Figura 14. Configuración de los parámetros de la función $u(t)$ en Simulink	24
Figura 15. Configuración de los parámetros de la función $u(t - a)$ en Simulink	24
Figura 16. Configuración de los parámetros de la ecuación (30) en Simulink	25
Figura 17. Representación de un sistema dinámico de primer orden en Simulink	26
Figura 18. Diagrama simplificado de un sistema dinámico de primer orden en Simulink	27
Figura 19. Script para el ingreso de valores de los parámetros x_i, A, B, a, K y τ	27
Figura 20. Ingreso de valores de los parámetros x_i, A, B, a, K y τ , en el Script	27
Figura 21. Gráfica de la función de entrada $x(t)$	28
Figura 22. Gráfica de la función de salida $y(t)$	29
Figura 23. Esquema del diseño de investigación	33
Figura 24. Control de nivel de líquido en un tanque	34
Figura 25. Proceso térmico	38
Figura 26. Proceso de mezclado	41
Figura 27. Representación de la función $f_E(t)$ en Simulink de Matlab	45
Figura 28. Diagrama en Simulink para K y τ del control de nivel de líquido en un tanque	46
Figura 29. Diagrama en Simulink de Matlab del control de nivel de líquido en un tanque	47

Figura 30. Representación de la función $w_{St}(t)$ en Simulink de Matlab	49
Figura 31. Diagrama en Simulink para K y τ del proceso térmico	50
Figura 32. Diagrama en Simulink de Matlab del proceso térmico	51
Figura 33. Representación de la función $x(t)$ en Simulink de Matlab	53
Figura 34. Diagrama en Simulink para K y τ del proceso de mezclado	54
Figura 35. Diagrama en Simulink de Matlab del proceso de mezclado	55
Figura 36. Script para el ingreso de datos requeridos en la simulación del control de nivel de líquido en un tanque	58
Figura 37. Script para el ingreso de datos requeridos en la simulación del proceso térmico	59
Figura 38. Script para el ingreso de datos requeridos en la simulación del proceso de mezclado	60
Figura 39. Resultados de K , τ y h_{final} , en la simulación del control de nivel de líquido en un tanque mediante Simulink de Matlab	64
Figura 40. Resultados de K , τ y T_{Lfinal} , en la simulación del proceso térmico mediante Simulink de Matlab	65
Figura 41. Resultados de K , τ e y_{final} , en la simulación del proceso de mezclado mediante Simulink de Matlab	66
Figura 42. Representación gráfica de las variables de entrada y salida en función del tiempo para el control de nivel de líquido en un tanque	67
Figura 43. Representación gráfica de las variables de entrada y salida en función del tiempo para el proceso térmico	68
Figura 44. Representación gráfica de las variables de entrada y salida en función del tiempo para el proceso de mezclado	69
Figura 45. Comparación de resultados de la variable de entrada para el control de nivel de líquido	72
Figura 46. Comparación de resultados de la variable de salida para el control de nivel de líquido	73
Figura 47. Comparación de resultados de la variable de entrada para el proceso térmico	74
Figura 48. Comparación de resultados de la variable de salida para el proceso térmico	75

Figura 49. Comparación de resultados de la variable de entrada para el proceso de mezclado	76
Figura 50. Comparación de resultados de la variable de salida para el proceso de mezclado	77

RESUMEN

El objetivo principal del presente trabajo de tesis fue: desarrollar los diagramas de bloques en Simulink de Matlab que permiten realizar el modelamiento y simulación de tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado. En la presente investigación, se ha realizado una revisión de la matemática necesaria (transformada de Laplace y transformada inversa de Laplace) para resolver los modelos referentes a los sistemas dinámicos; seguidamente, se hizo una revisión del entorno de programación en Simulink de Matlab y a continuación se desarrollaron los diagramas de bloques en Simulink de Matlab que corresponden a cada uno de los tres sistemas dinámicos mencionados; por último, se realizó la simulación de estos sistemas dinámicos, obteniéndose los valores de la ganancia estática, constante de tiempo y valor final de la variable de salida, los cuales resultaron para el control de nivel de líquido en un tanque: $K = 20 \text{ s/m}^2$, $\tau = 251.3 \text{ s}$ y $h_{final} = 3 \text{ m}$; para el proceso térmico: $K = 20 \text{ s.}^\circ\text{C/kg}$, $\tau = 367.5 \text{ s}$ y $T_{L_{final}} = 78.84 \text{ }^\circ\text{C}$ y para el proceso de proceso de mezclado: $K = 1$ sin dimensiones, $\tau = 5 \text{ min}$ e $y_{final} = 0.11 \text{ kg/L}$. En conclusión, se ha comprobado que los diagramas que se han realizado en Simulink de Matlab, para los tres sistemas dinámicos mencionados, son correctos, puesto que al compararse las gráficas de la variable salida, obtenidas mediante Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4, se observó que son idénticas. De esta manera se está cumpliendo con el objetivo general y probando la hipótesis general.

Palabras clave: sistema dinámico de primer orden, Simulink de Matlab, ganancia estática, constante de tiempo y valor final de la variable de salida.

ABSTRACT

The main objective of the present work of thesis was: Developing the block diagrams in Simulink of Matlab that allow accomplishing the shaping and simulation of three first-rate dynamic systems: control of level of liquid in a tank, thermic process and mixing process. In the present investigation, a revision of the necessary mathematics (transformed of Laplace and transformed inverse of Laplace) to solve the referent models to the dynamic systems has come true; straightaway, a revision of the programming environment in Simulink of Matlab was done and from now on developed the block diagrams in Simulink of Matlab that repay to each one of the three mentioned dynamic systems; finally, came true the simulation of these dynamic systems, determining the values of the motionless profit, time constant and final value of the variable of exit, which worked out for the control of level of liquid in a tank: $K = 20 \text{ s/m}^2$, $\tau = 251.3 \text{ s}$ y $h_{final} = 3 \text{ m}$; thermic process: $K = 20 \text{ s.}^\circ\text{C/kg}$, $\tau = 367.5 \text{ s}$ y $T_{L_{final}} = 78.84 \text{ }^\circ\text{C}$ and mixing process: $K = 1$ dimensionless, $\tau = 5 \text{ min}$ and $y_{final} = 0.11 \text{ kg/L}$. In conclusion, it has been checked that the diagrams that have had total success in Simulink of Matlab, for the three mentioned dynamic systems, are honest, since when has compared the graphics of the gotten-out variable, obtained by means of Simulink of Matlab and Wolfram Mathematica 10.4, it was observed that they are identical. This way it is coming true with the realistic general and trying the general hypothesis.

Keywords: first-rate dynamic system, Simulink of Matlab, motionless profit, time constant and final value of the variable of exit.

.
.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, para que el ingeniero químico tenga éxito en el control automático de procesos industriales, es necesario que tenga conocimientos básicos de termodinámica, flujo de fluidos, transferencia de calor, procesos de separación, etc. Para poder representar los diferentes procesos que ocurren en la industria mediante modelos matemáticos, se les debe dar la forma de sistemas dinámicos, para así poder tener un control de las variables involucradas en los procesos industriales. El análisis de los sistemas dinámicos permite extraer la lógica interna del modelo y con ello intentar un conocimiento de la evolución a largo plazo del sistema.

Desde la década de los 90, la plataforma Simulink de Matlab, se ha convertido en una herramienta de ayuda a los ingenieros de procesos para simular y desarrollar sistemas de mantenimiento predictivo, mediante la aplicación de técnicas numéricas, todo esto con el fin de mejorar el rendimiento de los procesos.

Desde el año 2019, se viene dictando el curso de automatización de procesos químicos en la Facultad de Ingeniería Química (FIQ) de la Universidad Nacional de la Amazonía Peruana (UNAP); sin embargo, hasta la fecha no existen equipos automatizados (controladores lógicos programables, placa Arduino, etc.) ni softwares especializados (Matlab, HYSYS, Wolfram Mathematica), que hagan posible realizar el adecuado dictado del mencionado curso; en consecuencia, el egresado de la FIQ-UNAP no estará en un buen nivel académico para competir con egresados de otras universidades nacionales, que si cuentan con los equipos y las licencias de los softwares mencionados.

Por lo que se hace mención en el párrafo precedente, es que, en el presente trabajo de tesis, se plantea el siguiente problema general: ¿cuál es la representación que deben tener los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado; para poder realizar su modelamiento y simulación?”.

Los problemas específicos que se formulan en la presente investigación son:

Problemas específicos

- ¿Existirá la ecuación que representa a la función de transferencia para cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado?
- ¿Existirá la relación entre la variable de salida y la variable de entrada, para cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado?
- ¿Existirá la relación que permite evaluar el valor de la variable de salida para cualquier tiempo mayor que cero, en cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado?

Entonces, de acuerdo al problema general y los problemas específicos, el objetivo general y los objetivos específicos de la presente investigación, son:

Objetivo general

Desarrollar los diagramas de bloques en Simulink de Matlab que permiten realizar el modelamiento y simulación de tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado.

Objetivos específicos

- Determinar la ecuación que representa a la función de transferencia para cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado.
- Determinar la relación entre la variable de salida y la variable de entrada, para cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado.
- Determinar la relación que permite evaluar el valor de la variable de salida para cualquier tiempo mayor que cero, en cada uno de los tres sistemas dinámicos de

primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado.

La presente investigación es importante, porque será una herramienta computacional que permitirá profundizar los conocimientos recibidos en las clases de los cursos de balance de materia y energía, flujo de fluidos y automatización de procesos químicos de la Facultad de Ingeniería Química (FIQ) de la Universidad Nacional de la Amazonía Peruana (UNAP); creando de esta manera nuevos conocimientos, en los docentes, alumnos y egresados de la mencionada facultad.

La población para la presente investigación, lo constituyen todos aquellos modelos de proceso que puedan ser representados por un sistema dinámico de primer orden, lo cual es muy grande. Sin embargo, a criterio de los investigadores, se ha tomado como muestra a tres procesos que ocurren con mucha frecuencia en la ingeniería química, estos son: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado. Por lo tanto, se puede decir que el tamaño de la muestra es igual a tres (3).

La estructura de la tesis, está formada por los siguientes capítulos:

- Capítulo I: Marco teórico
- Capítulo II: Hipótesis y variables
- Capítulo III: Metodología
- Capítulo IV: Resultados
- Capítulo V: Discusión
- Capítulo VI: Conclusiones
- Capítulo VII: Recomendaciones
- Capítulo VIII: Fuentes de información

CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO

1.1. Antecedentes

- [Aduino y Portilla \(2019, pp. x, 38-53\)](#), realizaron el trabajo de tesis titulado: Modelamiento de un Sistema de Control no Lineal a Lazo cerrado para Optimizar un Secador tipo Rotatubos en la Producción de Harina de Pescado. Este trabajo, tuvo por objetivo el modelamiento de un secador rotatubos usado en la producción de harina de pescado; para esto desarrollaron un modelo matemático en base a los balances de materia y energía, así como las ecuaciones involucradas en el secador. Para la programación y simulación de dicho modelo utilizaron el [Simulink de Matlab](#). Mediante las simulaciones a lazo abierto y a lazo cerrado evaluaron la influencia del flujo de vapor a la entrada del secador, el porcentaje de humedad y el flujo de entrada del Scrap; de los cuales determinaron que el sistema de control a lazo cerrado, tiene menor desviación del porcentaje de humedad de salida respecto a un set point establecido de la humedad de salida, cuyo rango ideal de la humedad de salida de harina se encuentra entre 14 y 18 %. Por último, determinaron que la ratio de retorno de agua de alimentación, obtenido en un sistema de control a lazo cerrado fue de 0.92.
- [Sandoval y Campos \(2019, pp. xiii, 42-50\)](#), realizaron el trabajo para obtener el título de ingeniero químico, el cual se titula: Modelamiento y Simulación del Proceso de Obtención del Gas de Síntesis Mejorado, mediante el Método Modular Simultáneo. En este trabajo desarrollaron un programa computacional llamado “METANACIÓN.m”, codificado en el lenguaje de programación [MatlabR2014a](#), mediante el cual pudieron visualizar los diferentes escenarios virtuales de un proceso de obtención de gas de síntesis mejorado, en el que aumentaron la concentración de metano en la corriente de producto final. Para esto realizaron un análisis de grados de libertad del proceso junto con los balances de materia y energía, para lo cual tomaron como referencia el diagrama de flujo y los parámetros de operación (flujos, composiciones, temperaturas y presiones) de fuentes bibliográficas. Los resultados que obtuvieron de la simulación, permitieron afirmar que, al eliminar el 99 % de agua a través de un separador, favorece el rendimiento de la producción de metano, con la finalidad de

incrementar el potencial energético del gas de síntesis resultante.

- Bory y Rodríguez (2009, pp. 43-50), realizaron el artículo científico titulado: Empleo del Simulink del Matlab para la simulación de biorreactores. En este trabajo mostraron cómo realizar la simulación del comportamiento de la concentración másica de un determinado microorganismo en un biorreactor y en una batería de biorreactores, empleando el Simulink del Matlab. Para eso aplicaron el balance de materia a la masa de microorganismo tanto en el biorreactor como al sistema de biorreactores, obteniendo a partir de este el modelo matemático que describe su comportamiento (sistema de ecuaciones diferenciales), luego aplicaron la transformada de Laplace para obtener dicho modelo en términos de la función de transferencia. Posteriormente describieron dos ejemplos para vía simulación obteniendo el comportamiento de las variables controladas frente a cambios en los parámetros del sistema. Este trabajo fue aplicado en la resolución de problemas propuestos en clases prácticas y trabajos de control de la asignatura FQB-VIII (Microbiología) que se imparte en el primer semestre del tercer año de la carrera de Ingeniería Química, de la Universidad de Oriente, con el objetivo de que el estudiante cuente con una herramienta computacional que le permita profundizar los conocimientos recibidos en clases acerca de los procesos fermentativos que ocurren en los biorreactores.

1.2. Bases teóricas

1.2.1. Transformada de Laplace de funciones elementales

Sea f una función definida para $t \geq 0$, entonces la transformada de Laplace de dicha función, se define mediante la siguiente ecuación (Zill y Cullen, 2009, p. 256; Cengel y Palm, 2014, p. 420; Edwards y Penney, 2009, p. 442):

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt. \quad (1)$$

La transformada de Laplace de la función f , existe si y solo si, la integral impropia de la ecuación (1), converge por lo menos para algunos valores de s (Zill y Cullen, 2009, p. 256; Cengel y Palm, 2014, p. 420; Edwards y Penney, 2009, p. 442).

En la tabla 1, se muestra la transformada de Laplace de algunas funciones elementales.

Tabla 1. Transformada de Laplace de funciones elementales.

Nº	$f(t)$	$F(s)$
1	k	$\frac{k}{s}$
2	t	$\frac{1}{s^2}$
3	$u(t - a)$	$\frac{e^{-as}}{s}$
4	t^{n-1} $n = 1, 2, 3, \dots$	$\frac{(n-1)!}{s^n}$
5	\sqrt{t}	$\frac{1}{2}\sqrt{\pi}s^{-3/2}$
6	e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
7	$\text{sen } at$	$\frac{a}{s^2 + a^2}$
8	$\text{cos } at$	$\frac{s}{s^2 + a^2}$
9	$\text{senh } at$	$\frac{a}{s^2 - a^2}$
10	$\text{cosh } at$	$\frac{s}{s^2 + a^2}$
11	$t \text{sen } at$	$\frac{2as}{(s^2 + a^2)^2}$
12	$t \text{cos } at$	$\frac{s^2 - a^2}{(s^2 + a^2)^2}$
13	$e^{bt} \text{sen } at$	$\frac{a}{(s-b)^2 + a^2}$
14	$e^{bt} \text{cos } at$	$\frac{s-b}{(s-b)^2 + a^2}$

Fuente: Cengel y Palm, 2014, p. 422.

La ecuación (1) muestra que la transformada de Laplace, es simplemente una conversión integral con los límites 0 e ∞ y el núcleo e^{-st} . De esta forma se puede determinar la transformada de Laplace de las siguientes funciones: t y $\text{cos } at$.

$$\begin{aligned}\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}[t] = F(s) &= \int_0^{\infty} e^{-st} t dt = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^R e^{-st} t dt = \lim_{R \rightarrow \infty} \left[-\frac{e^{-st}}{s^2} (st + 1) \right] \Big|_0^R \\ &= \lim_{R \rightarrow \infty} \left[-\frac{e^{-sR}}{s^2} (sR + 1) \right] - \left[-\frac{1}{s^2} (0 + 1) \right] = 0 + \frac{1}{s^2}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}[\cos at] = F(s) &= \int_0^{\infty} e^{-st} \cos at dt = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^R e^{-st} \cos at dt \\ &= \lim_{R \rightarrow \infty} \left[-\frac{e^{-st}}{s^2 + a^2} (s \cos at + a \sin at) \right] \Big|_0^R \\ &= \lim_{R \rightarrow \infty} \left[-\frac{e^{-sR}}{s^2 + a^2} (s \cos aR + a \sin aR) \right] + \frac{s}{s^2 + a^2} = 0 + \frac{s}{s^2 + a^2} \\ &= \frac{s}{s^2 + a^2}.\end{aligned}$$

De la misma manera, se puede determinar la transformada de Laplace de cada una de las funciones que se muestran en la tabla 1.

Una forma más práctica de determinar la transformada de Laplace de una función, es haciendo uso de las fórmulas de la tabla 1. Así es viable determinar la transformada de Laplace de una función, simplemente buscándola en la tabla 1, tal como una búsqueda en una tabla de integrales. Por ejemplo, si se tiene las siguientes funciones: t^5 y $e^{2t} \sin 3t$, la transformada de Laplace se obtiene aplicando las fórmulas 4 y 13 de la tabla 1, respectivamente.

$$\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}[t^5] = \mathcal{L}[t^{6-1}] = \frac{(6-1)!}{s^6} = \frac{5!}{s^6} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{s^6} = \frac{120}{s^6}.$$

$$\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}[e^{2t} \sin 3t] = \frac{3}{(s-2)^2 + 3^2} = \frac{3}{s^2 - 4s + 4 + 9} = \frac{3}{s^2 - 4s + 13}.$$

La función escalón unitario, se define como: $u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$. Entonces
 $u(t - a) = \begin{cases} 0, & t < a \\ 1, & t \geq a \end{cases}$ (Cengel y Palm, 2014, pp. 430-431).

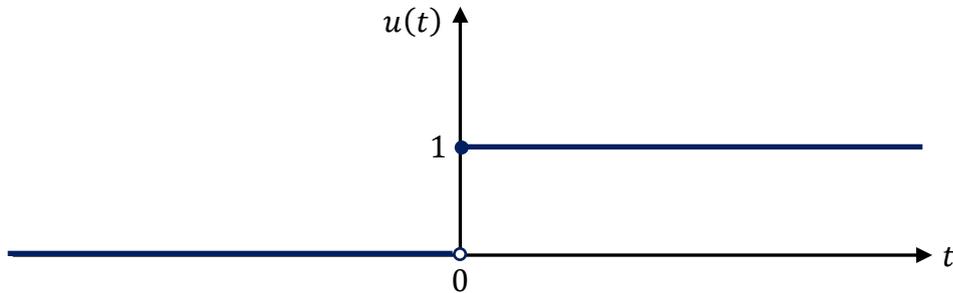


Figura 1. Representación gráfica de la función $u(t)$.

Fuente: Elaboración propia.

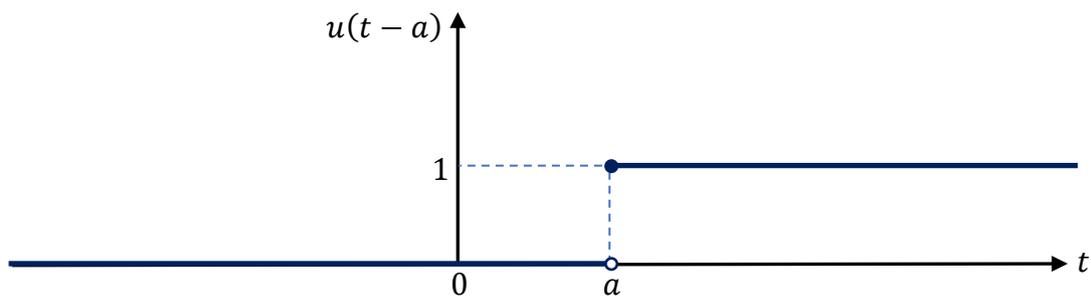


Figura 2. Representación gráfica de la función $u(t - a)$.

Fuente: Elaboración propia.

La siguiente función $f(t) = \begin{cases} t^2, & 0 \leq t < 2 \\ t + 2, & 2 \leq t < 4 \\ 6, & t \geq 4 \end{cases}$, se puede expresar en términos

de la función escalón unitario, esto es:

$$f(t) = t^2[u(t) - u(t - 2)] + (t + 2)[u(t - 2) - u(t - 4)] + 6u(t - 4).$$

Esto indica que si $0 \leq t < 2$, entonces: $u(t) = 1$, $u(t - 2) = 0$ y $u(t - 4) = 0$.
 En consecuencia, queda: $f(t) = t^2$, $0 \leq t < 2$.

De la misma manera, si $2 \leq t < 4$, entonces: $u(t) = 1$, $u(t - 2) = 1$ y $u(t - 4) = 0$, el resultado queda: $f(t) = t + 2$, $2 \leq t < 4$.

Por último, si $t \geq 4$, entonces: $u(t) = 1$, $u(t - 2) = 1$ y $u(t - 4) = 1$, entonces, la regla de correspondencia de la función f , queda: $f(t) = 6$, $t \geq 4$.

Propiedades de la transformada de Laplace

Linealidad.

$$\mathcal{L}[c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t) + c_3 f_3(t)] = c_1 \mathcal{L}[f_1(t)] + c_2 \mathcal{L}[f_2(t)] + c_3 \mathcal{L}[f_3(t)]. \quad (2)$$

Donde c_1 , c_2 y c_3 son constantes reales.

Traslación.

$$\mathcal{L}[e^{at} f(t)] = F(s - a). \quad (3)$$

Transformada de Laplace de las derivadas.

$$\mathcal{L}[f^{(n)}(t)] = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - s f^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0). \quad (4)$$

Note que (n) indica el orden de la derivada, es decir:

$$f^{(n)}(t) = \frac{d^n [f(t)]}{dt^n}.$$

1.2.2. Transformada inversa de Laplace

Para solucionar las ecuaciones diferenciales haciendo uso de la transformada de Laplace, primeramente, se debe determinar la transformada de Laplace de la función $y(t)$, es decir: $Y(s) = \mathcal{L}[y(t)]$. Seguidamente, se debe determinar la función $y(t)$, la cual viene a ser igual a la transformada inversa de Laplace de la función $Y(s)$, entonces: $y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)]$. Determinar la transformada inversa de Laplace de la función $Y(s)$, significa encontrar la función original $y(t)$ (Cengel y Palm, 2014, p. 443; Zill y Cullen, 2009, p. 262; Edwards y Penney, 2009, p. 446). Entonces, la transformada inversa de Laplace de la función $Y(s)$, se define mediante la siguiente ecuación:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)]. \quad (5)$$

Propiedades de la transformada inversa de Laplace

Linealidad.

$$\mathcal{L}^{-1}[c_1F_1(s) + c_2F_2(s) + c_3F_3(s)] = c_1\mathcal{L}^{-1}[F_1(s)] + c_2\mathcal{L}^{-1}[F_2(s)] + c_3\mathcal{L}^{-1}[F_3(s)]. \quad (6)$$

Donde c_1 , c_2 y c_3 son constantes reales.

Traslación.

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s - a)] = e^{at}f(t) = e^{at}\mathcal{L}^{-1}[F(s)]. \quad (7)$$

Transformada inversa de Laplace de las derivadas.

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{d^n[F(s)]}{ds^n}\right\} = (-1)^n t^n f(t) = (-1)^n t^n \mathcal{L}^{-1}[F(s)]. \quad (8)$$

$$\mathcal{L}^{-1}[e^{as}F(s)] = u(t - a)f(t - a). \quad (9)$$

De la misma forma que para la transformada de Laplace, también se utiliza la tabla 1 para encontrar la transformada inversa de Laplace. Por ejemplo, si se tiene las siguientes funciones en el dominio s : $5/(s^2 - 4s + 13)$, e^{-3s}/s y $20/(s^4)$.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5}{s^2 - 4s + 13}\right] &= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5}{(s^2 - 4s + 4) + 9}\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5}{(s - 2)^3 + 3^2}\right] \\ &= \frac{5}{3}\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{3}{(s - 2)^3 + 3^2}\right] = \frac{5}{3}e^{2t}\text{sen } 3t \quad (\text{fórmula 13}). \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{e^{-3s}}{s}\right] = u(t - 3) \quad (\text{fórmula 3}).$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{20}{s^4}\right] = \frac{20}{(4 - 1)!}\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{(4 - 1)!}{s^4}\right] = \frac{20}{3 \times 2 \times 1}t^3 = \frac{10}{3}t^3 \quad (\text{fórmula 4}).$$

1.2.3. Ecuación general de balance de masa

Felder y Rousseau (2004, p. 546), mencionan que la ecuación general de balance de masa, se define mediante la siguiente ecuación:

$$\text{Acumulación} = \text{Entrada} - \text{Salida} + \text{Generación} - \text{Consumo}. \quad (10)$$

Considerando que el componente A participa en un proceso, sean las cantidades $\hat{m}_E(\text{kg/s})$ y $\hat{m}_S(\text{kg/s})$ los flujos másicos a las cuales A entra y sale del proceso, respectivamente. Sean también, $\hat{r}_G(\text{kg/s})$ y $\hat{r}_C(\text{kg/s})$, las velocidades de generación y consumo de A dentro del sistema debido a una reacción química. Entonces, al escribir los términos de la ecuación general de balance de masa para el componente A, desde un tiempo t , hasta un tiempo posterior $t + \Delta t$, se tiene:

$$\text{Entrada} = \hat{m}_E(\text{kg/s}) \Delta t(\text{s}).$$

$$\text{Salida} = \hat{m}_S(\text{kg/s}) \Delta t(\text{s}).$$

$$\text{Generación} = \hat{r}_G(\text{kg/s}) \Delta t(\text{s}).$$

$$\text{Consumo} = \hat{r}_C(\text{kg/s}) \Delta t(\text{s}).$$

Entonces, la cantidad de masa del componente A, que se acumula dentro del sistema en el intervalo de tiempo Δt , es: $\Delta m(\text{kg})$. De esta forma, la ecuación general de balance de masa para el componente A, queda:

$$\Delta m = (\hat{m}_E - \hat{m}_S + \hat{r}_G - \hat{r}_C)\Delta t. \quad (11)$$

Se supone que Δt es lo suficientemente pequeño para considerar que las cantidades $\hat{m}_E(\text{kg/s})$, $\hat{m}_S(\text{kg/s})$, $\hat{r}_G(\text{kg/s})$ y $\hat{r}_C(\text{kg/s})$ son constantes. Dividiendo a todos los términos de la ecuación (11) entre Δt y haciendo que Δt tienda a cero ($\Delta t \rightarrow 0$), se obtiene:

$$\frac{dm}{dt} = \hat{m}_E - \hat{m}_S + \hat{r}_G - \hat{r}_C. \quad (12)$$

La ecuación (12), también se conoce como la ecuación general de balance diferencial.

Para el caso en el que no se lleve a cabo ninguna reacción química, los términos de generación y consumo son cero, entonces la ecuación (12) se reduce a la siguiente ecuación:

$$\frac{dm}{dt} = \hat{m}_E - \hat{m}_S. \quad (13)$$

1.2.4. Ecuación general de balance de energía para procesos no reactivos

La ecuación general de balance de energía para procesos no reactivos, tiene la siguiente forma (Felder y Rousseau, 2004, p. 556; Smith, Van Ness y Abbott, 2007, p. 51):

$$\text{Acumulación} = \text{Entradas} - \text{Salidas}. \quad (14)$$

Se considera para este caso, que E_{Sit} es la energía total del sistema (interna + cinética + potencial). Las cantidades \hat{m}_E y \hat{m}_S son los flujos másicos de entrada y salida del sistema, respectivamente. De la misma forma que en la ecuación de balance general de masa, se aplica la ecuación general de balance de energía para procesos no reactivos en un intervalo de tiempo que abarca de t a $t + \Delta t$, entonces se obtiene:

$$\text{Acumulación} = \Delta E_{\text{Sit}} = \Delta U_{\text{Sit}} + \Delta E_{k, \text{Sit}} + \Delta E_{p, \text{Sit}}$$

$$\text{Entradas} = \hat{m}_E \left(H_E + \frac{u_E^2}{2} + gz_E \right) \Delta t + Q_{\text{EAS}} \Delta t + W_{\text{RSS}} \Delta t$$

$$\text{Salidas} = \hat{m}_S \left(H_S + \frac{u_S^2}{2} + gz_S \right) \Delta t + Q_{\text{DPS}} \Delta t + W_{\text{RPS}} \Delta t$$

Donde las cantidades entre paréntesis son las entalpías específicas y las energías potencial y cinética, respectivamente. Las cantidades Q_{EAS} y Q_{DPS} , representan las velocidades a las cuales se entrega calor al sistema y se disipa calor del sistema,

respectivamente. Las cantidades W_{RSS} y W_{RPS} , representan las velocidades de trabajo realizada sobre el sistema y realizada por el sistema, respectivamente.

Entonces, la ecuación (14) queda:

$$\Delta U_{Sit} + \Delta E_{k, Sit} + \Delta E_{p, Sit} = \hat{m}_E \left(H_E + \frac{u_E^2}{2} + gz_E \right) \Delta t + Q_{EAS} \Delta t + W_{RSS} \Delta t - \hat{m}_S \left(H_S + \frac{u_S^2}{2} + gz_S \right) \Delta t - Q_{DPS} \Delta t - W_{RPS} \Delta t. \quad (15)$$

Dividiendo a cada uno de los términos de la ecuación (15) entre Δt , se obtiene:

$$\frac{dU_{Sit}}{dt} + \frac{dE_{k, Sit}}{dt} + \frac{dE_{p, Sit}}{dt} = \hat{m}_E \left(H_E + \frac{u_E^2}{2} + gz_E \right) + Q_{EAS} + W_{RSS} - \hat{m}_S \left(H_S + \frac{u_S^2}{2} + gz_S \right) - Q_{DPS} - W_{RPS}. \quad (16)$$

La ecuación (16), se puede simplificar si se tiene en cuenta las siguientes consideraciones:

- Si las corrientes de entrada y salida tienen el mismo flujo másico: $\hat{m}_E = \hat{m}_S = \hat{m}$.
- Si los cambios de energía cinética y potencial en el sistema y entre las corrientes de entrada y salida son despreciables, es decir:

$$\frac{dE_{k, Sit}}{dt} \approx \frac{dE_{p, Sit}}{dt} \approx 0.$$

$$\hat{m} \left(\frac{u_E^2}{2} - \frac{u_S^2}{2} \right) \approx 0.$$

$$\hat{m}(gz_E - gz_S) \approx 0.$$

Entonces, la ecuación (16) queda:

$$\frac{dU_{\text{Sit}}}{dt} = \hat{m}(H_E - H_S) + (Q_{\text{EAS}} - Q_{\text{DPS}}) + (W_{\text{RSS}} - W_{\text{RPS}}). \quad (17)$$

1.2.5. Sistema dinámico de primer orden

Un sistema dinámico de primer orden con entrada $X(s)$, función de transferencia $G(s)$ y salida $Y(s)$, se muestra en la figura 3 y se modela matemáticamente mediante una ecuación diferencial de primer orden (Hernández, 2010, p. 185; Coughanowr y LeBlanc, 2009, p. 75):

$$\alpha_1 \frac{d[y(t)]}{dt} + \alpha_0 y(t) = \beta x(t). \quad (18)$$

Haciendo el cambio de variable en la ecuación (18): $\tau = \alpha_1/\alpha_0$ y $K = \beta/\alpha_0$, se tiene:

$$\tau \frac{d[y(t)]}{dt} + y(t) = Kx(t). \quad (19)$$

Entonces, en el estado estacionario se tiene:

$$\tau \left. \frac{d[y(t)]}{dt} \right|_{t=0} + y(0) = Kx(0^-). \quad (20)$$

$$y(0) = Kx(0^-). \quad (21)$$

Donde $x(0^-)$ e $y(0)$ son variables de entrada y salida en $t = 0^-$ y $t = 0$, respectivamente.

Restando las ecuaciones (19) y (20), se tiene:

$$\tau \frac{d[y(t) - y(0)]}{dt} + y(t) - y(0) = K[x(t) - x(0^-)]. \quad (22)$$

Escribiendo la ecuación (22) en función de las variables de desviación:

$$\mathbb{x}(t) = x(t) - x(0^-), \quad \mathbb{y}(t) = y(t) - y(0).$$

$$\tau \frac{d[\mathbb{y}(t)]}{dt} + \mathbb{y}(t) = K\mathbb{x}(t). \quad (23)$$

Aplicando la transformada de Laplace en la ecuación (23), se tiene:

$$\tau \mathcal{L} \left\{ \frac{d[\mathbb{y}(t)]}{dt} \right\} + \mathcal{L}[\mathbb{y}(t)] = K\mathcal{L}[\mathbb{x}(t)].$$

$$\tau[s\mathbb{Y}(s) - \mathbb{y}(0)] + \mathbb{Y}(s) = K\mathbb{X}(s).$$

Note que: $\mathbb{X}(s) = \mathcal{L}[\mathbb{x}(t)] = \mathcal{L}[x]$ y $\mathbb{Y}(s) = \mathcal{L}[\mathbb{y}(t)] = \mathcal{L}[y]$.

Téngase en cuenta que $\mathbb{y}(0) = y(0) - y(0) = 0$, entonces:

$$\tau s\mathbb{Y}(s) + \mathbb{Y}(s) = K\mathbb{X}(s). \quad (24)$$

Despejando $\mathbb{Y}(s)$ de la ecuación (24), se tiene:

$$\mathbb{Y}(s) = \frac{K\mathbb{X}(s)}{\tau s + 1}. \quad (25)$$

Determinando la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{\mathbb{Y}(s)}{\mathbb{X}(s)} = \frac{K}{\tau s + 1}. \quad (26)$$

Donde:

$G(s)$ = función de transferencia.

$\mathbb{X}(s)$ = variable de entrada al sistema en el dominio s .

$\mathbb{Y}(s)$ = variable de salida del sistema en el dominio s .

K = ganancia estática del sistema.

τ = constante de tiempo del sistema.

Al aplicar la transformada inversa de Laplace en la ecuación (25), se obtiene:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)] = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{KX(s)}{\tau s + 1} \right]. \quad (27)$$

$$y(t) = y(t) + y(0). \quad (28)$$

$$\text{Valor final} = y(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t). \quad (29)$$

Donde $y(t)$ es la variable de salida o respuesta del sistema en el dominio t . La representación mediante diagrama de bloque para un sistema dinámico de primer orden, se muestra en la figura 3.

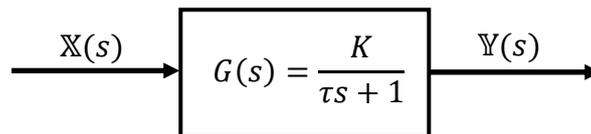


Figura 3. Diagrama de bloque para un sistema de primer orden.

Fuente: Coughanowr y LeBlanc, 2009, p. 77.

1.2.6. Simulink de Matlab

Simulink es una herramienta que ofrece un editor gráfico, bibliotecas de bloques personalizables y un conjunto de solvers para modelar y simular sistemas dinámicos. Simulink está basado en un conjunto de diagrama de bloques multidominio, los cuales tienen un diseño que se fundamenta en modelos matemáticos (Ataurima, 2021, p. 123). Esta herramienta facilita el modelamiento y simulación de procesos industriales a nivel de sistema dinámico; haciendo de esta forma la prueba y verificación del adecuado funcionamiento de los sistemas dinámicos. Los sistemas dinámicos pueden ser simulados utilizando Simulink, en la mayoría de los casos, estos implican procesos lineales dependientes del tiempo, que pueden ser descritos usando ecuaciones diferenciales (tiempo continuo) o ecuaciones en diferencia finita (tiempo discreto). Otra forma de describir los sistemas dinámicos es mediante diagrama de bloques, los cuales representa una forma de representar los sistemas por medio de una representación gráfica (Ataurima, 2021, pp. 123-124).

Principios de operación y gestión de Simulink de Matlab

El programa Simulink de Matlab, se inicia desde la ventana de comandos de Matlab, haciendo un clic en el icono del mismo (véase la figura 4). Después de hacer clic sobre el icono de Simulink, aparecerá la siguiente ventana que muestra la página de inicio a Simulink (véase la figura 5).

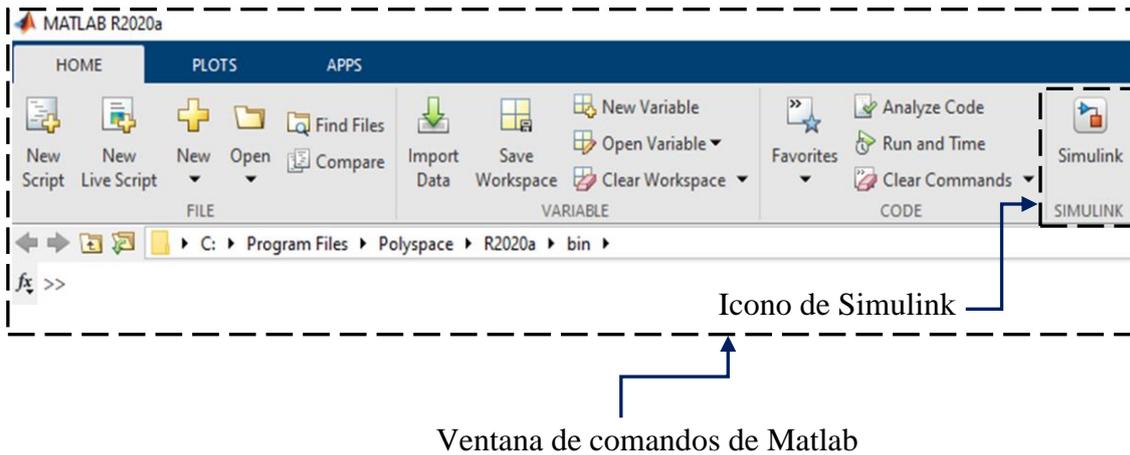


Figura 4. Icono de Simulink en la ventana de comandos de Matlab.

Fuente: Elaboración propia.

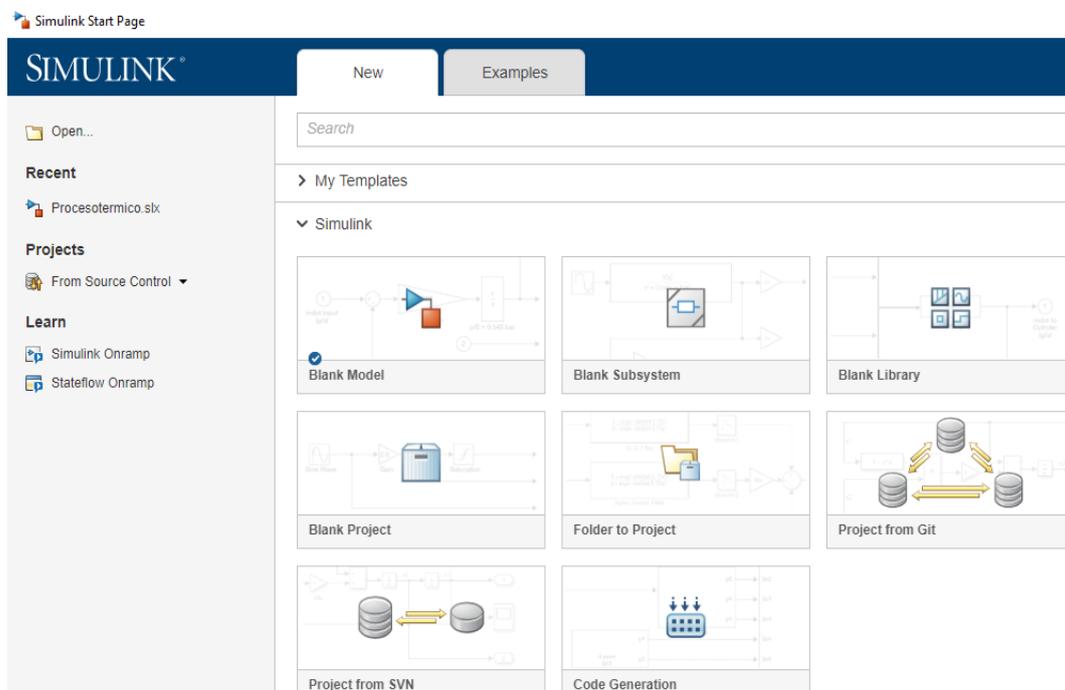


Figura 5. Página de inicio de Simulink de Matlab.

Fuente: Elaboración propia.

En la página de inicio, se tiene la opción de abrir un programa creado recientemente o hacer clic en la opción Blank Model para crear un nuevo programa.

Sea cual sea la opción que se elija, a continuación, aparecerá la ventana de comandos de Simulink (figura 6).

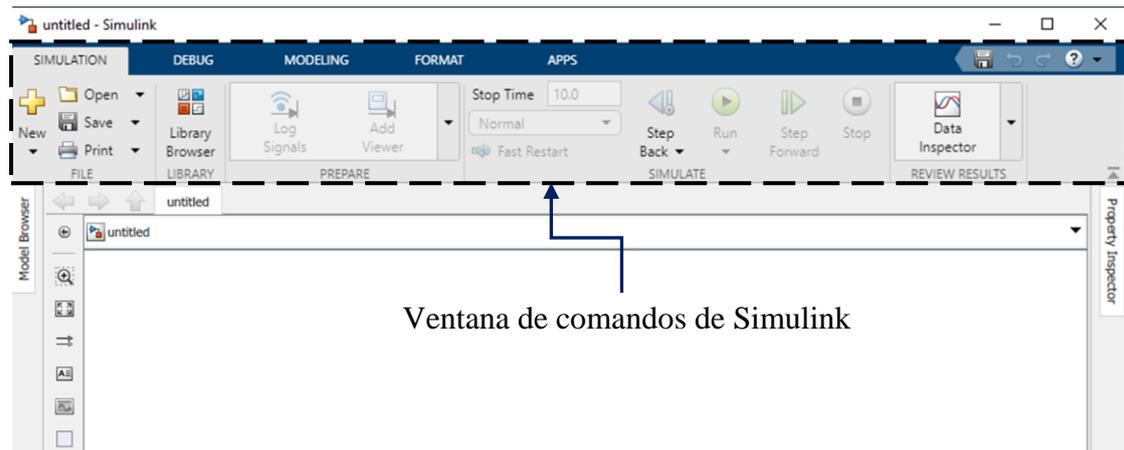


Figura 6. Ventana de comandos de Simulink.

Fuente: Elaboración propia.

Seguidamente al elegir la opción Library Browser (librería de objetos), aparecerá la ventana donde se muestra las bibliotecas de bloques disponibles organizadas en los siguientes grupos funcionales:

- Commonly Used Blocks.
- Continuous.
- Dashboard.
- Discontinuities.
- Discrete.
- Logic and Bit Operations.
- Lookup Tables.
- Math Operations.
- Messages & Events.
- Model Verifications.

- Model-Wide Utilities.
- Ports & Subsystems.
- Signal Attributes.
- Signal Routing.
- Sinks.
- Sources.
- String.
- User-Defined Functions.

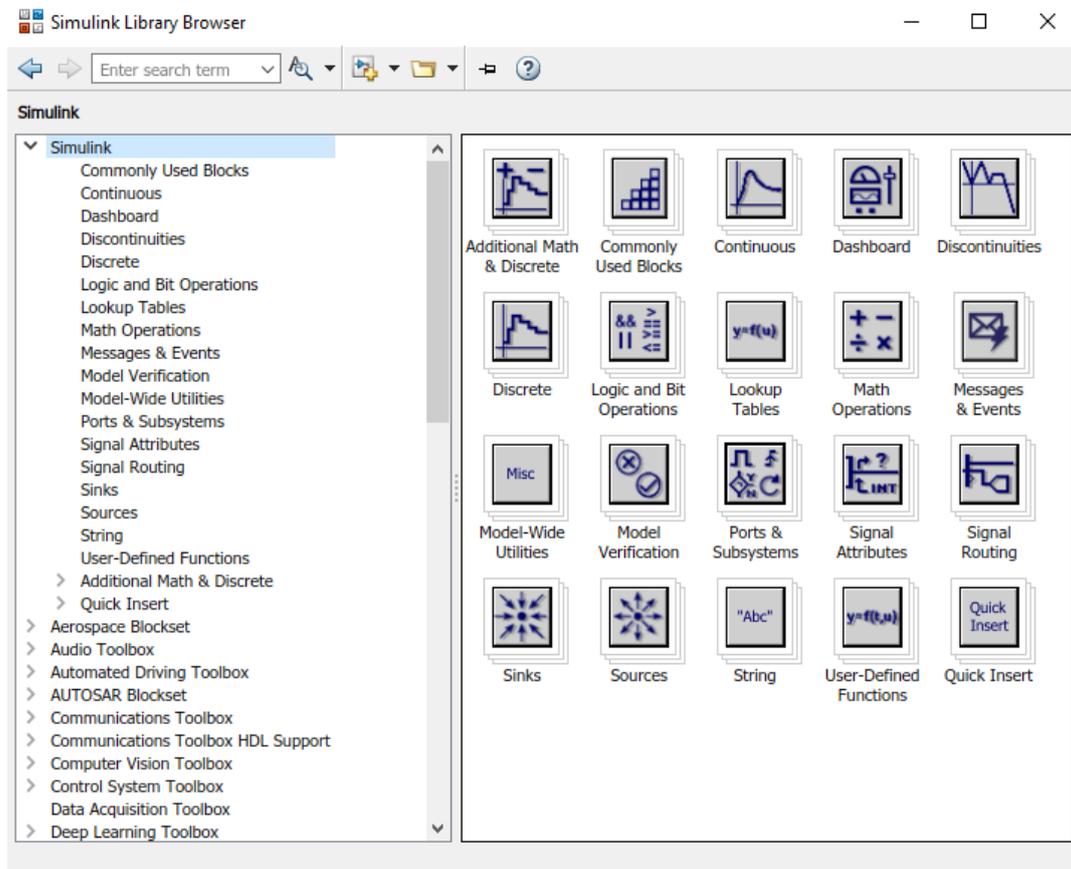


Figura 7. Librería de objetos de Simulink.

Fuente: Elaboración propia.

En el presente trabajo las librerías que se utilizarán son las siguientes: Commonly Used Bocks, Continuos, Math Operations, Sinks y Sources, las cuales se muestran en detalle a continuación:

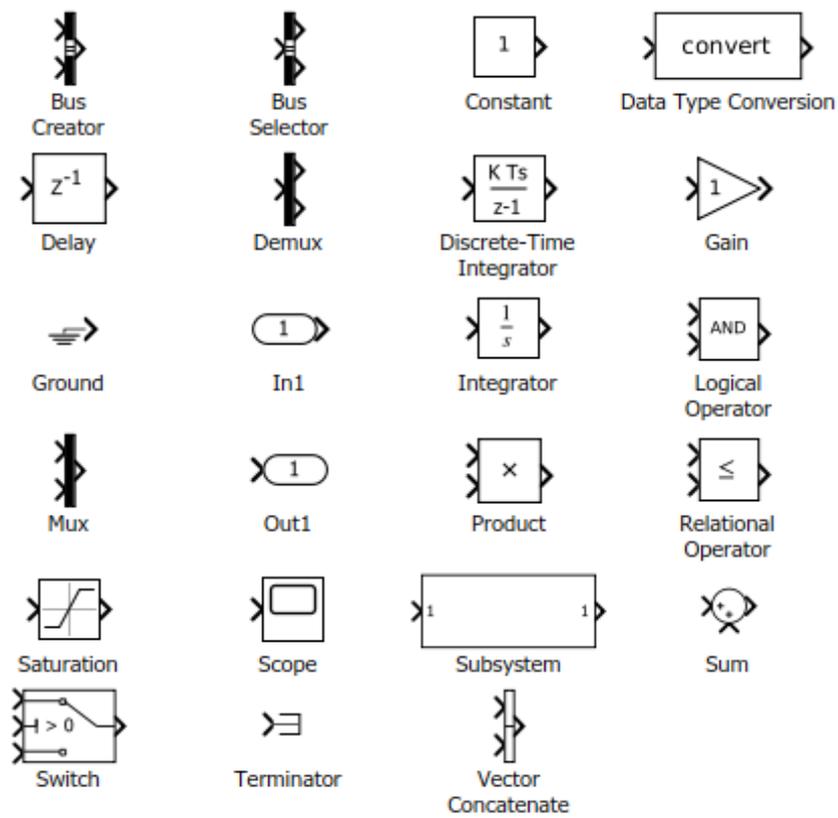


Figura 8. Bloques de la librería Commonly Used Blocks.

Fuente: Elaboración propia.

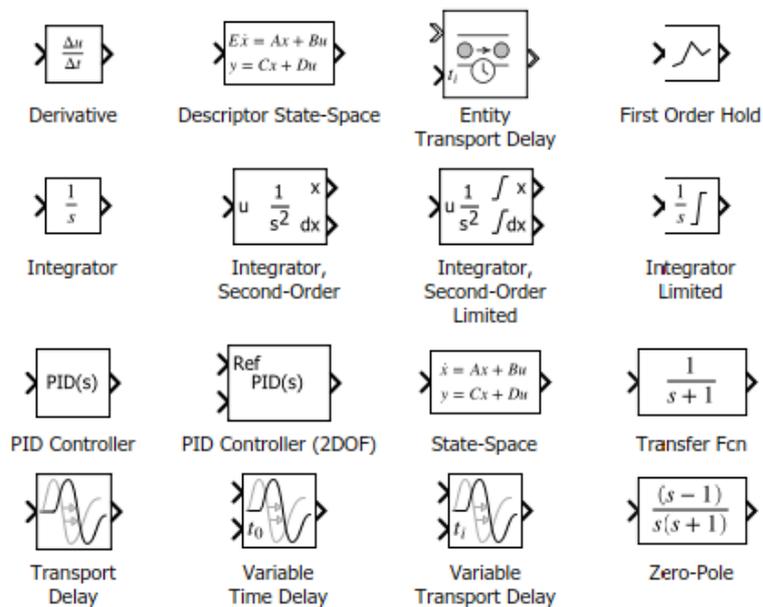


Figura 9. Bloques de la librería Continuous.

Fuente: Elaboración propia.

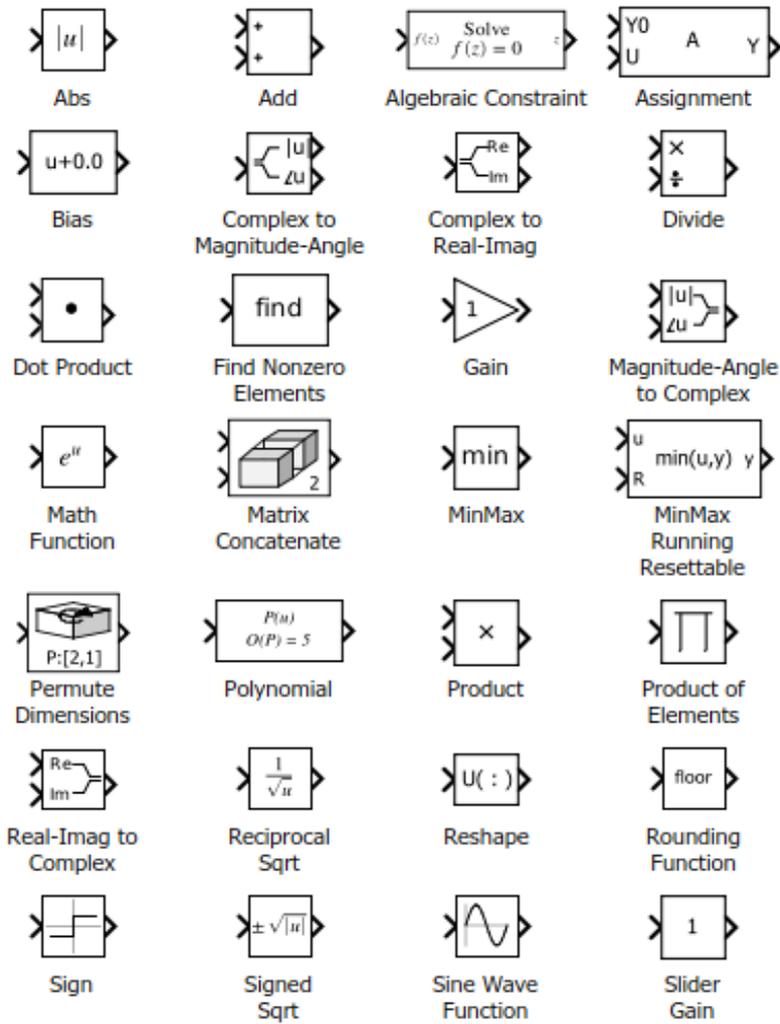


Figura 10. Bloques de la librería Math Operations.

Fuente: Elaboración propia.

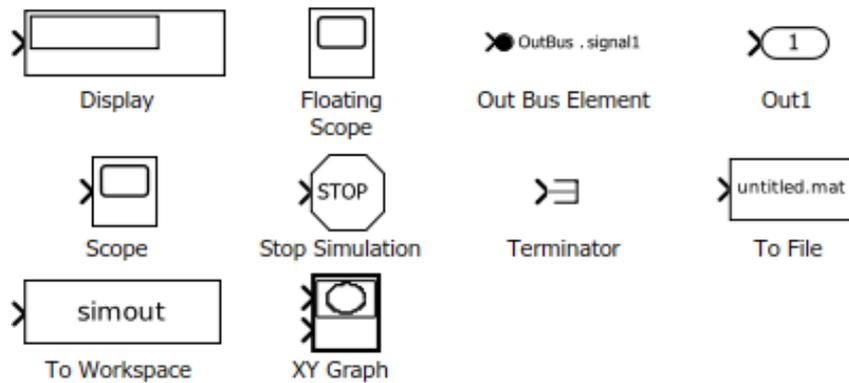


Figura 11. Bloques de la librería Sinks.

Fuente: Elaboración propia.

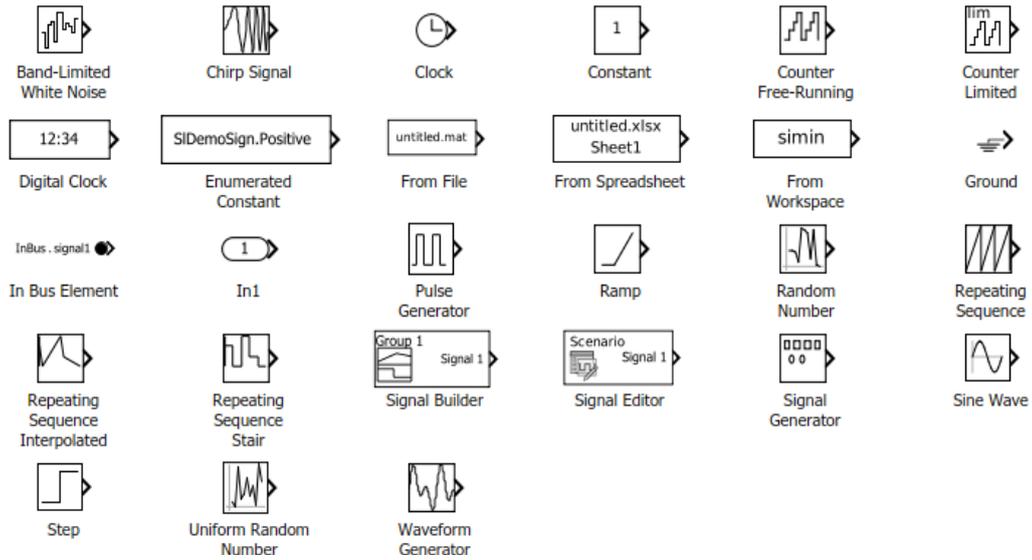


Figura 12. Bloques de la librería Sources.

Fuente: Elaboración propia.

Construcción de un diagrama de bloques en Simulink de Matlab

En esta sección se va a realizar la representación de un sistema dinámico de primer orden, mediante un diagrama de bloques en Simulink de Matlab. Para eso se considera los siguientes datos:

$$x(t) = \begin{cases} x(0^-), & t < 0 \\ x(0^-) + A, & 0 \leq t < a \\ B, & t \geq a \end{cases} = \text{variable de entrada en el dominio } t.$$

$x(0^-) = 2$ = valor de la variable de entrada antes de iniciar el proceso.

$G(s)$ = función de transferencia.

$K = 3$ = ganancia estática del sistema.

$\tau = 4$ = constante de tiempo del sistema.

$A = 3$.

$B = 8$.

$a = 20$.

Entonces, la función de transferencia queda:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} = \frac{3}{4s + 1}. \quad (30)$$

El problema consiste en determinar la gráfica de la función de salida $y(t)$. La función de entrada $x(t)$, también se puede representar de las formas siguientes:

$$x(t) = x(0^-)[1 - u(t)] + [x(0^-) + A][u(t) - u(t - a)] + Bu(t - a).$$

$$x(t) = x(0^-)[1 - u(t)] + [x(0^-) + A]u(t) + \{B - [x(0^-) + A]\}u(t - a).$$

Si representamos a $x(0^-)$ como x_i , es decir: $x(0^-) = x_i$, la ecuación para $x(t)$ queda:

$$x(t) = x_i[1 - u(t)] + (x_i + A)u(t) + [B - (x_i + A)]u(t - a). \quad (31)$$

En la figura 13, se puede observar la representación de la función $x(t)$ mediante un diagrama de bloques en Simulink de Matlab.

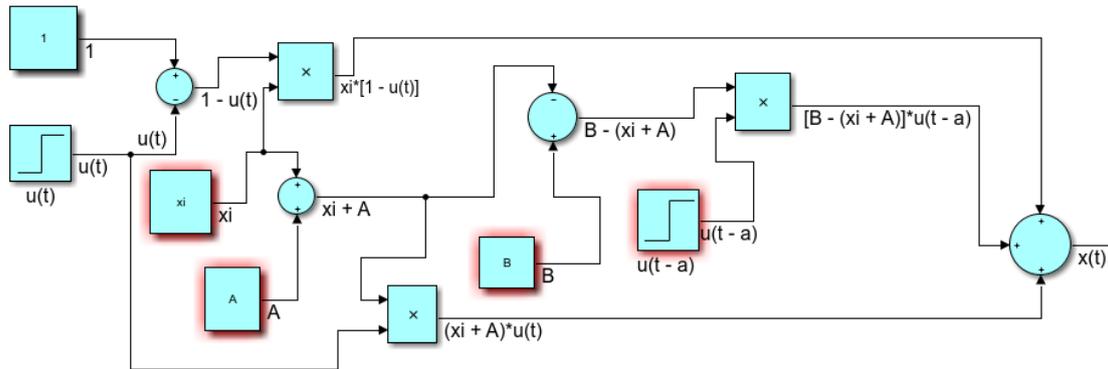


Figura 13. Representación de la función $x(t)$ en Simulink de Matlab.

Fuente: Elaboración propia.

Para construir la figura 13, se ha utilizado los siguientes bloques de la librería de Simulink de Matlab:

- Bloque Constant de la librería Commonly Used Blocks: este bloque se utilizó para representar el valor de las constantes 1, x_i , A y B.
- Bloque Step de la librería Sources: este bloque se utilizó para representar a las funciones $u(t)$ y $u(t - a)$, la configuración de los parámetros de estas funciones

se puede observar en las figuras 14 y 15, respectivamente.

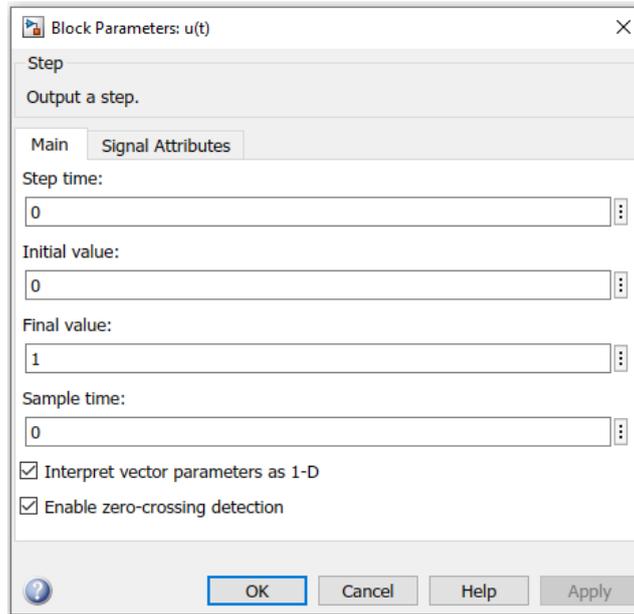


Figura 14. Configuración de los parámetros de la función $u(t)$ en Simulink.

Fuente: Elaboración propia.

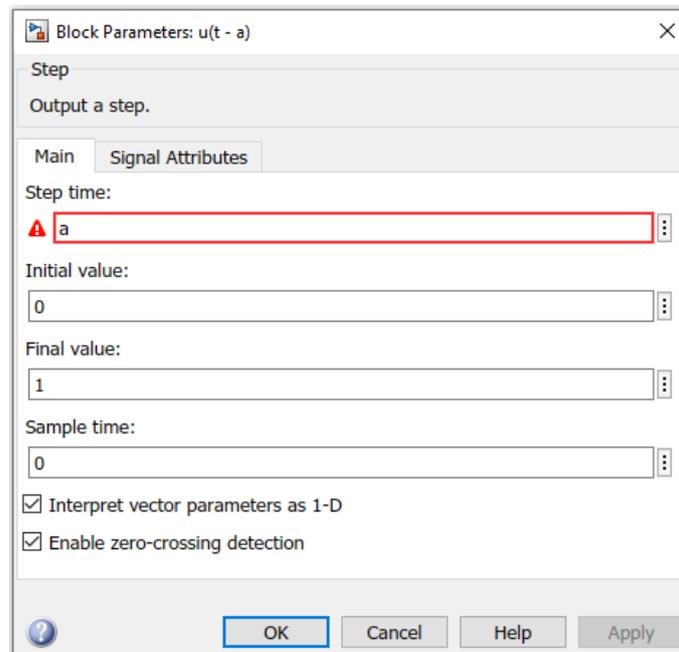


Figura 15. Configuración de los parámetros de la función $u(t - a)$ en Simulink.

Fuente: Elaboración propia.

- Bloque Sum de la librería Commonly Used Bocks: este bloque se utilizó para representar a las sumas y restas de la ecuación (31).
- Bloque Product de la librería Commonly Used Bocks: este bloque se utilizó para representar a los productos de la ecuación (31).

Seguidamente, se realiza la configuración de los parámetros K y τ de la función de transferencia [ecuación (30)]. Esto se puede observar en la figura 16.

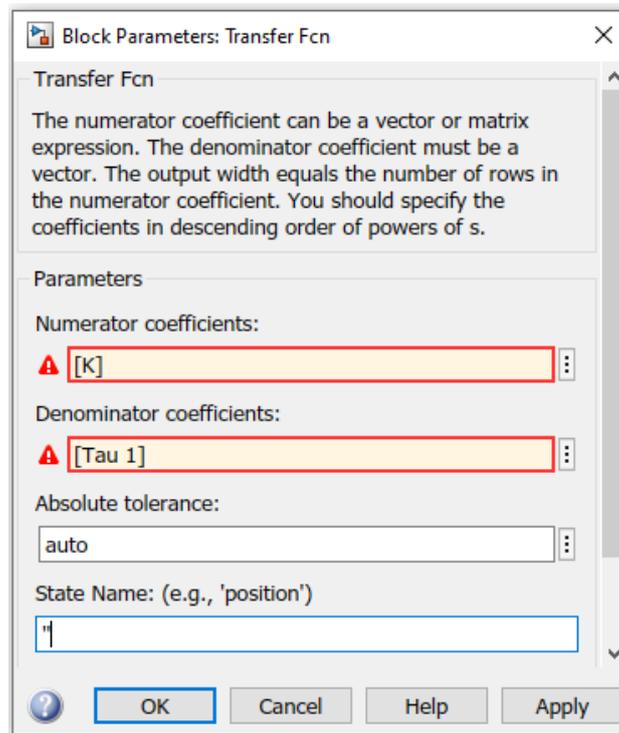


Figura 16. Configuración de los parámetros de la ecuación (30) en Simulink.

Fuente: Elaboración propia.

Para representar la función de transferencia [ecuación (30)], se utiliza el bloque Transfer Fcn de la librería Continuous.

A la entrada y salida del bloque de la función de transferencia se conectan las funciones de entrada $x(t)$ y salida $y(t)$, respectivamente (véase la figura 17).

Para visualizar la gráfica de la función de salida $y(t)$, se utiliza el bloque Scope de la librería Sinks.

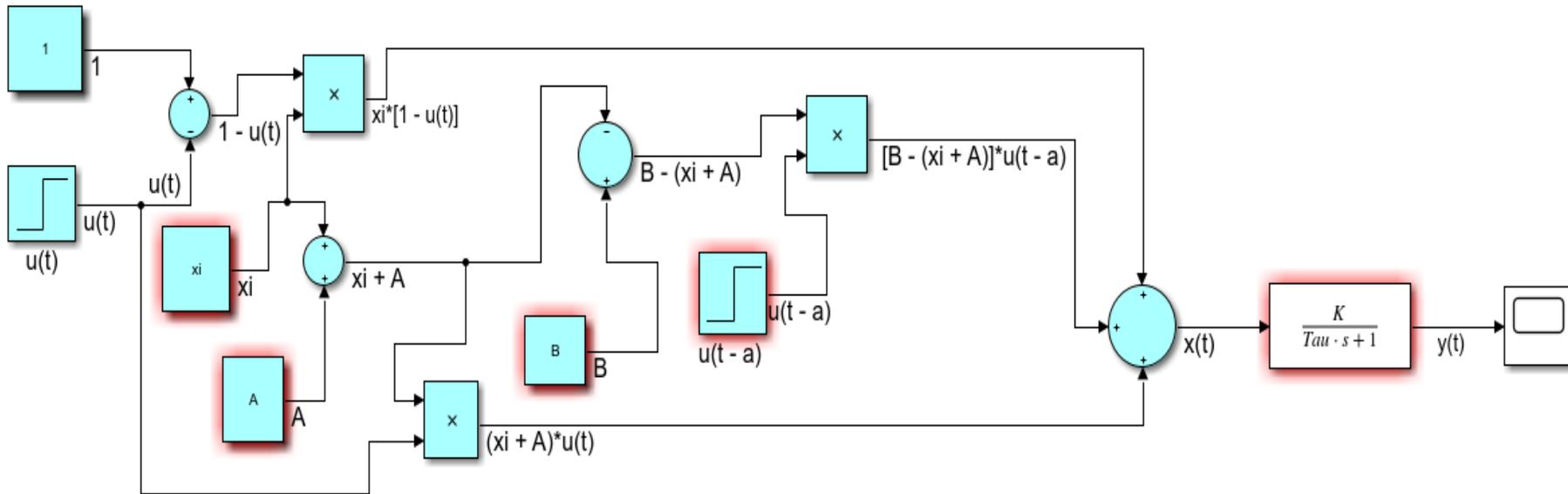


Figura 17. Representación de un sistema dinámico de primer orden en Simulink.

Fuente: Elaboración propia.

A todo el diagrama que representa a la función $x(t)$, se le puede representar como un subsistema (Subsystem). Entonces la figura 17 queda simplificada, tal como se muestra en la figura 18.

Antes de ingresar los valores de x_i , A , B , a , K y τ , se debe hacer un Script en Matlab, como se indica en la figura 19. Después hacer dicho Script, se hace un clic en el botón Run and Advance de la ventana de comandos de Matlab y luego se ingresan los valores de x_i , A , B , a , K y τ , tal como se puede observar en la figura 20.

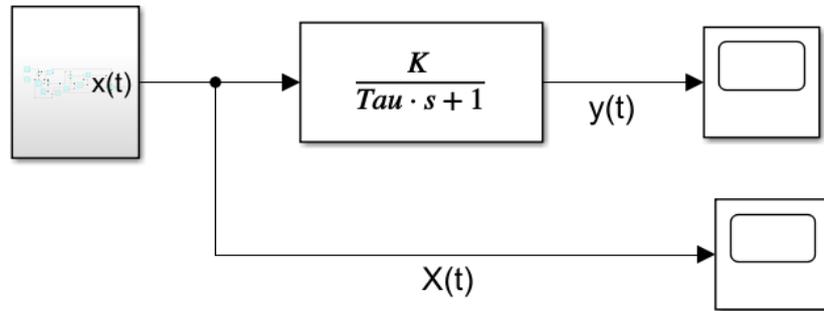


Figura 18. Diagrama simplificado de un sistema dinámico de primer orden en Simulink.

Fuente: Elaboración propia.

```

% Ejemplo
xi = input('ingrese el valor de xi');
A = input ('ingrese el valor de A');
B = input ('ingrese el valor de B');
a = input ('ingrese el valor de a');
K = input ('ingrese el valor de K');
Tau = input('ingrese el valor de Tau');

```

Figura 19. Script para el ingreso de valores de los parámetros x_i , A , B , a , K y τ .

Fuente: Elaboración propia.

```

ingrese el valor de xi 2
ingrese el valor de A 3
ingrese el valor de B 8
ingrese el valor de a 20
ingrese el valor de K 3
ingrese el valor de Tau 4

```

Figura 20. Ingreso de valores de los parámetros x_i , A , B , a , K y τ , en el Script.

Fuente: Elaboración propia.

Los valores ingresados de los parámetros x_i , A , B , a , K y τ , en el Script de Matlab, se procesan de acuerdo a lo programado en el Simulink. Las líneas que representan a las variables $x(t)$ e $y(t)$, se pueden conectar cada una a un bloque Scope para visualizar las gráficas respectivas. A continuación, se hace un clic en el botón Run de la ventana de comandos del Simulink y luego se hace doble clic en cada bloque Scope para visualizar dichas gráficas (figuras 21 y 22).

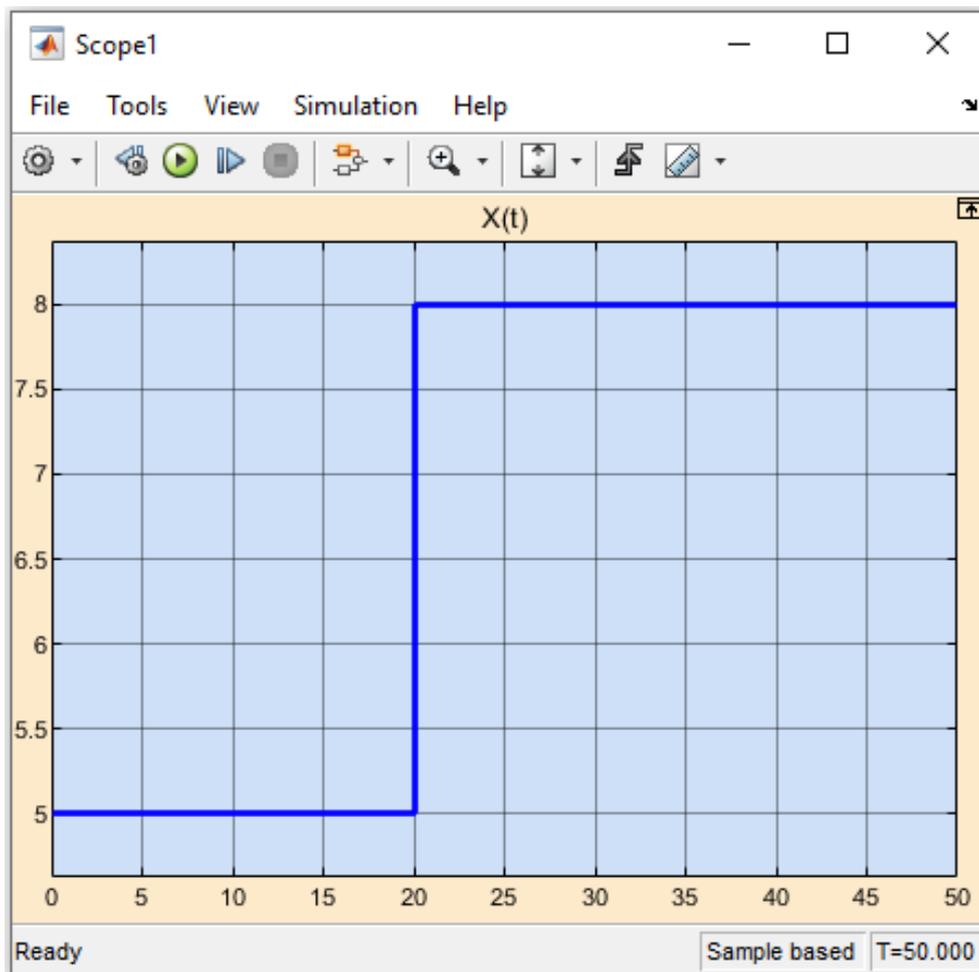


Figura 21. Gráfica de la función de entrada $x(t)$.

Fuente: Elaboración propia.

Como puede observarse en la figura 21, la función de entrada $x(t)$ tiene el valor de 5, hasta que t es aproximadamente igual a 20. En $t = 20$, la función de entrada $x(t)$ cambia su valor instantáneamente de 5 a 8 y se mantiene así hasta un $t = 50$.

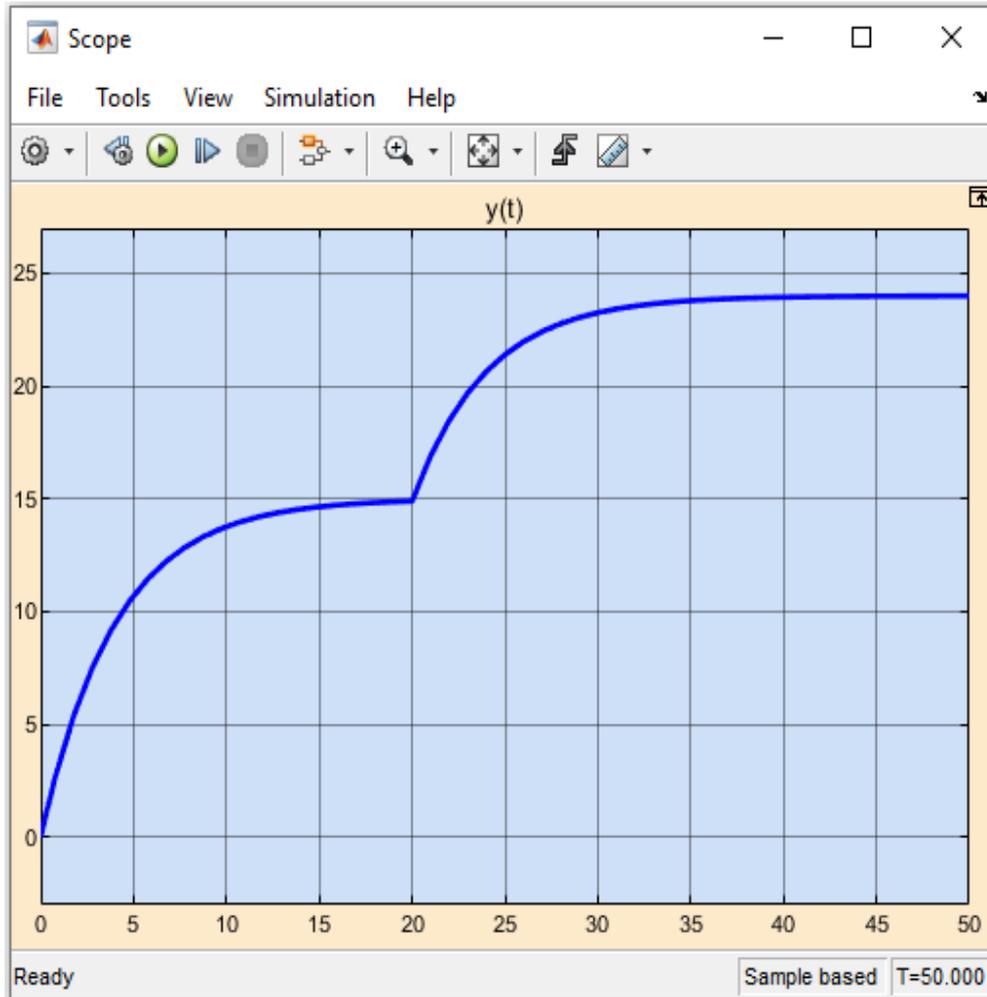


Figura 22. Gráfica de la función de salida $y(t)$.

Fuente: Elaboración propia.

En la figura 22, puede observarse que la función de salida $y(t)$ inicia el proceso con el valor de 0 y va subiendo hasta llegar a un valor de 15 aproximadamente cuando $t = 20$. Como se realiza un cambio de la variable de entrada en $t = 20$, la función de salida $y(t)$, también empieza a cambiar a partir de este instante tratando de estabilizarse en un valor aproximadamente igual a 24.

1.3. Definición de términos básicos

1.3.1. Variable de entrada al sistema dinámico en el dominio t

Se denota como $x(t)$ y es la variable del sistema elegida de tal manera que se la

utiliza como excitación del mismo (Hernández, 2010, p. 185; Coughanowr y LeBlanc, 2009, p. 77).

1.3.2. Función de transferencia

Se denota como $G(s)$ y es la variable de proceso del sistema dinámico y se representa en el dominio s (Hernández, 2010, p. 185). Para el caso de un sistema dinámico de primer orden, la función de transferencia tiene la forma de la ecuación (26).

1.3.3. Parámetros de un sistema dinámico de primer orden

Estos parámetros son la ganancia estática y la constante de tiempo del sistema, los cuales se denotan como K y τ , respectivamente (Coughanowr y LeBlanc, 2009, p. 77).

1.3.4. Variable de salida del sistema dinámico en el dominio t

Se denota como $y(t)$ y es la respuesta del sistema dinámico de acuerdo a los cambios que se realiza de la variable de entrada $x(t)$ (Hernández, 2010, p. 185; Coughanowr y LeBlanc, 2009, p. 77). Para determinar la ecuación de la variable de salida $y(t)$ en función del tiempo t , se debe aplicar la ecuación (28).

1.3.5. Variable de desviación

Se define así, a la diferencia entre el valor de la variable en el dominio t con el valor inicial de la misma variable. Para el caso de las variables de entrada y salida de un sistema dinámico, se denotan como: $\mathfrak{x}(t) = x(t) - x(0^-)$ e $\mathfrak{y}(t) = y(t) - y(0)$ (Hernández, 2010, p. 185; Coughanowr y LeBlanc, 2009, p. 77).

1.3.6. Variable de entrada al sistema dinámico en el dominio s

Se denota como $\mathfrak{X}(s)$ y viene a ser la transformada de Laplace de la función $\mathfrak{x}(t)$, es decir: $\mathfrak{X}(s) = \mathcal{L}[\mathfrak{x}(t)]$ (Coughanowr y LeBlanc, 2009, p. 77).

1.3.7. Variable de salida del sistema dinámico en el dominio s

Se denota como $\mathfrak{Y}(s)$ y viene a ser la transformada de Laplace de la función $\mathfrak{y}(t)$, es decir: $\mathfrak{Y}(s) = \mathcal{L}[\mathfrak{y}(t)]$ (Coughanowr y LeBlanc, 2009, p. 77).

CAPÍTULO II: HIPÓTESIS Y VARIABLES

2.1. Formulación de la hipótesis

a. Hipótesis general

La representación que deben tener los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado, para poder realizar su modelamiento y simulación, debe ser mediante diagramas de bloques en Simulink de Matlab.

b. Hipótesis específicas

- Sí, existe una ecuación que representa a la función de transferencia para cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado.
- Sí, existe relación entre la variable de salida y la variable de entrada, para cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado.
- Sí, existe una relación que permite evaluar el valor de la variable de salida para cualquier tiempo mayor que cero, en cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado.

2.2. Variables y su operacionalización

Variables independientes: tiempo y variable de entrada al sistema dinámico.

Variable interviniente: función de transferencia.

Variable dependiente: variable de salida del sistema dinámico.

Tabla 2. Operacionalización de las variables.

Variables	Notación	Definición	Tipo por su naturaleza	Indicadores	Escala de medición	Medios de verificación
Independientes						
Tiempo	t	Es una magnitud escalar que es independiente de las otras variables del sistema (Coughanowr y LeBlanc, 2009, p. 26).	Cuantitativa continua	s min	Razón	<ul style="list-style-type: none"> • Archivo en Simulink de Matlab del desarrollo de los diagramas de los tres sistemas dinámicos.
Variable de entrada al sistema dinámico	$x(t)$	Es una variable del sistema elegida de tal manera que se la utiliza como excitación del mismo (Hernández, 2010, p. 185; Coughanowr y LeBlanc, 2009, p. 77).	Cuantitativa continua	$f_E: m^3/s$ $w_{St}(t): kg/s$ $x: kg/L$	Razón	<ul style="list-style-type: none"> • Archivo en Simulink de Matlab del desarrollo de los diagramas de los tres sistemas dinámicos.
Interviniente						
Función de transferencia	$G(s)$	Es la variable de proceso del sistema dinámico y se representa en el dominio s (Hernández, 2010, p. 185).	Cuantitativa continua	Tiene la forma: $\frac{K}{\tau s + 1}$	Razón	<ul style="list-style-type: none"> • Archivo en Simulink de Matlab del desarrollo de los diagramas de los tres sistemas dinámicos.
Dependiente						
Variable de salida del sistema dinámico	$y(t)$	Es la respuesta del sistema dinámico de acuerdo a los cambios que se realiza de la variable de entrada (Hernández, 2010, p. 185; Coughanowr y LeBlanc, 2009, p. 77).	Cuantitativa continua	$h: m$ $T_L: ^\circ C$ $y: kg/L$	Intervalo T_L . Razón h e y .	<ul style="list-style-type: none"> • Archivo en Simulink de Matlab del desarrollo de los diagramas de los tres sistemas dinámicos.

Fuente: Elaboración propia.

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA

3.1. Tipo y diseño

Al inicio de la presente investigación, se realizó una revisión de la matemática necesaria (transformada de Laplace y transformada inversa de Laplace) para resolver los modelos referentes a los sistemas dinámicos; seguidamente, se hizo una revisión del entorno de programación en Simulink de Matlab y a continuación se desarrolló los diagramas de bloques en Simulink de Matlab que corresponden a cada uno de los tres sistemas dinámicos mencionados; por último, se realizó la simulación de estos sistemas dinámicos y los resultados se compararon con los resultados que se obtuvieron en Wolfram Mathematica 10.4. Por lo tanto, se puede decir, que la presente investigación tiene enfoque **cuantitativo**, nivel de profundización **explicativa** y **diseño correlacional**. El esquema del diseño de investigación, se muestra en la figura 23.

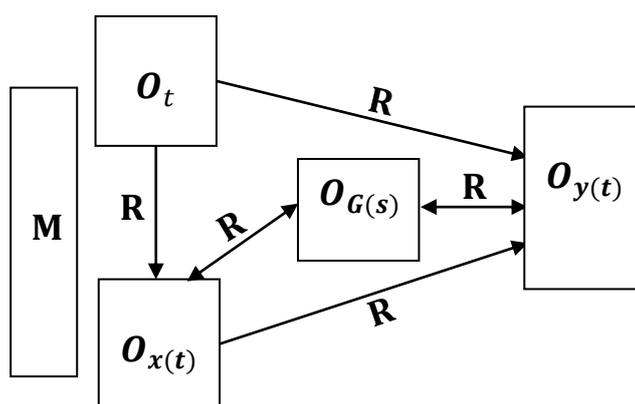


Figura 23. Esquema del diseño de investigación.

Fuente: Elaboración propia.

Donde:

$O_t, O_{x(t)}, O_{G(s)}$ y $O_{y(t)}$, son las observaciones obtenidas en cada una de las cuatro variables ($t, x(t), G(s)$ y $y(t)$, respectivamente), distintas de la muestra.

t : tiempo (variable independiente).

$x(t)$: variable de entrada al sistema dinámico (variable independiente).

$G(s)$: función de transferencia (variable interviniente).

$y(t)$: variable de salida del sistema dinámico (variable dependiente).

3.1.1. Modelado de tres sistemas dinámicos de primer orden

Control de nivel de líquido en un tanque

Considérese el proceso que se muestra en la figura 24, en dicho proceso se tiene interés de conocer cómo responde el nivel del líquido $h(t)$ en el tanque, a los cambios que se realice en el flujo de entrada $f_E(t)$.

Donde:

f_E = flujo volumétrico del líquido a la entrada del tanque, m^3/s .

f_S = flujo volumétrico del líquido a la salida del tanque, m^3/s .

A_C = área circular del tanque, m^2 .

h = nivel de líquido en el tanque, m.

R = resistencia al paso del líquido en el tanque, s/m^2 .

ρ = densidad del líquido, kg/m^3 .

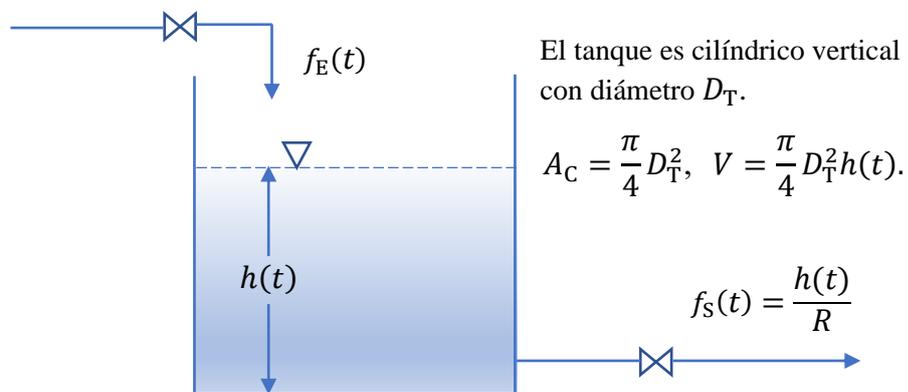


Figura 24. Control de nivel de líquido en un tanque.

Fuente: Modificado de Coughanowr y LeBlanc, 2009, p. 111; Moncada, 2005, p. 109.

Como en el tanque no se lleva a cabo ninguna reacción química, la ecuación de balance de materia, queda:

$$\text{Acumulación} = \text{Entrada} - \text{Salida.} \quad (32)$$

$$\text{Entrada} = \rho(\text{kg/m}^3)f_E(\text{m}^3/\text{s})\Delta t(\text{s}).$$

$$\text{Salida} = \rho(\text{kg/m}^3)f_S(\text{m}^3/\text{s})\Delta t(\text{s}).$$

$$\text{Acumulación} = \rho(\text{kg/m}^3)A_C(\text{m}^2)\Delta h(\text{m}).$$

$$\rho(f_E - f_S)\Delta t = \rho A_C \Delta h. \quad (33)$$

Dividiendo a ambos lados de la ecuación (33) entre Δt y haciendo que Δt tienda a cero ($\Delta t \rightarrow 0$), se obtiene:

$$A_C \frac{dh}{dt} = f_E - f_S. \quad (34)$$

Reemplazando $f_S(t) = h(t)/R$, en la ecuación (34), se obtiene la ecuación:

$$R A_C \frac{dh}{dt} + h = R f_E. \quad (35)$$

Haciendo los cambios $K = R$ y $\tau = R A_C$, en la ecuación (35):

$$\tau \frac{dh}{dt} + h = K f_E. \quad (36)$$

También se acostumbra a expresar a $f_E(0^-)$ y $h(0)$ como f_{Ei} y h_i , respectivamente. Entonces, en el estado estacionario se tiene:

$$h_i = K f_{Ei}. \quad (37)$$

Donde $f_E(0^-)$ y $h(0)$ son variables de entrada y salida en $t = 0^-$ y $t = 0$, respectivamente.

Restando las ecuaciones (36) y (37):

$$\tau \frac{d(h - h_i)}{dt} + (h - h_i) = K(f_E - f_{Ei}). \quad (38)$$

Poniendo la ecuación (38) en términos de las variables de desviación:

$$f_E(t) = f_E(t) - f_{Ei}, \quad \ln(t) = h(t) - h_i.$$

$$\tau \frac{d[\ln(t)]}{dt} + \ln(t) = K f_E(t). \quad (39)$$

Aplicando la transformada de Laplace en la ecuación (39), se tiene:

$$\tau \mathcal{L} \left\{ \frac{d[\ln(t)]}{dt} \right\} + \mathcal{L}[\ln(t)] = K \mathcal{L}[f_E(t)].$$

$$\tau [s\mathbb{H}(s) - \ln(0)] + \mathbb{H}(s) = K F_E(s).$$

Note que: $F_E(s) = \mathcal{L}[f_E(t)] = \mathcal{L}[f_E]$, $\mathbb{H}(s) = \mathcal{L}[\ln(t)] = \mathcal{L}[\ln]$

Téngase en cuenta que: $\ln(0) = h(0) - h(0) = 0$, entonces:

$$\tau s\mathbb{H}(s) + \mathbb{H}(s) = K F_E(s). \quad (40)$$

Despejando $\mathbb{H}(s)$ de la ecuación (40), se tiene:

$$(\tau s + 1)\mathbb{H}(s) = K F_E(s).$$

$$\mathbb{H}(s) = \frac{K F_E(s)}{\tau s + 1}. \quad (41)$$

Determinando la función de transferencia para el sistema dinámico que representa al control de nivel de líquido en un tanque:

$$G_{CN}(s) = \frac{\mathbb{H}(s)}{F_E(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} = \frac{\frac{h_i}{f_{Ei}}}{\frac{h_i}{f_{Ei}} A_C s + 1} = \frac{\frac{h_i}{f_{Ei}}}{\frac{h_i}{f_{Ei}} \left(\frac{\pi}{4} D_T^2 \right) s + 1}. \quad (42)$$

Entonces, los parámetros para el sistema dinámico que representa al control de nivel de líquido en un tanque, quedan expresados mediante las siguientes ecuaciones:

$$K = \frac{h_i}{f_{Ei}}. \quad (43)$$

$$\tau = \frac{h_i}{f_{Ei}} A_C = K \left(\frac{\pi}{4} D_T^2 \right). \quad (44)$$

Al aplicar la transformada inversa de Laplace en la ecuación (41), se tiene:

$$\mathbb{h}(t) = \mathcal{L}^{-1}[\mathbb{H}(s)] = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{K \mathbb{F}_E(s)}{\tau s + 1} \right]. \quad (45)$$

$$h(t) = h_i + \mathbb{h}(t). \quad (46)$$

El valor final de $h(t)$, se evalúa mediante la siguiente ecuación:

$$h_{final} = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t). \quad (47)$$

El flujo de entrada al tanque se representa mediante la siguiente ecuación:

$$f_E(t) = \begin{cases} f_{Ei}, & t < 0 \\ f_{Ei} + A, & 0 \leq t < a \\ B, & a \leq t < b \\ L, & t \geq b \end{cases} \quad (48)$$

Donde:

a = tiempo al que se da el primer cambio de $f_E(t)$, s.

b = tiempo al que se da el segundo cambio de $f_E(t)$, s.

B = valor del primer cambio de $f_E(t)$, m³/s.

L = valor del segundo cambio de $f_E(t)$, m³/s.

La cantidad $f_{Ei} + A$, es el valor de $f_E(t)$ en el intervalo $0 \leq t < a$.

Proceso térmico

Considere el tanque con agitación continua que se muestra en la figura 25. A dicho tanque entra y sale un líquido (puede ser un néctar de fruta) a las temperaturas T_{LE} y $T_L(t)$, respectivamente. La temperatura T_{LE} se mantiene constante durante todo el tiempo que dura el proceso térmico. El flujo másico del líquido a la entrada y salida del tanque se mantiene constante durante todo el proceso térmico y se denota como w_L . La fuente de calentamiento es vapor saturado a 120 °C y 2 bar de presión, el cual

posee un flujo másico variable y se representa por $w_{St}(t)$. El tanque con agitación continua se considera que está totalmente aislado.

Se tiene interés en conocer la forma en que responde la temperatura de salida $T_L(t)$, a los cambios en el flujo de vapor $w_{St}(t)$. Para eso, se debe realizar un balance de energía en el tanque con agitación continua.

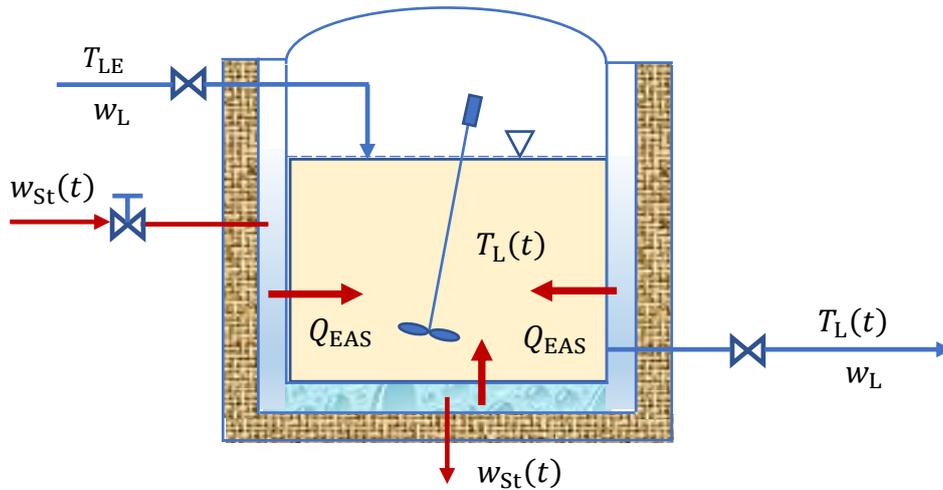


Figura 25. Proceso térmico.

Fuente: Modificado de Coughanowr y LeBlanc, 2009, p. 107; Moncada, 2005, p. 114.

Haciendo un balance de energía en el tanque con agitación continua:

$$\text{Entrada} = w_L(\text{kg/s})C_L(\text{J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}))[T_{LE}(t) - T_{LES}](^\circ\text{C}) + Q_{EAS}(\text{J/s}).$$

$$\text{Salida} = w_L(\text{kg/s})C_L(\text{J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}))[T_L(t) - T_{LS}](^\circ\text{C}).$$

$$\text{Acumulación} = \frac{d\{V(\text{m}^3)\rho_L(\text{kg}/\text{m}^3)C_L(\text{J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}))[T_L(t) - T_{LS}](^\circ\text{C})\}}{dt(\text{s})}.$$

$$w_L C_L [T_{LE}(t) - T_{LES}] - w_L C_L [T_L(t) - T_{LS}] + Q_{EAS} = \frac{d\{V \rho_L C_L [T_L(t) - T_{LS}]\}}{dt}. \quad (49)$$

La cantidad Q_{EAS} , representa el flujo de calor que el vapor saturado le entrega al líquido.

Como $Q_{EAS} = [w_{St}(t) - w_{StS}] \lambda$, entonces la ecuación (49), queda:

$$w_L C_L [T_{LE}(t) - T_{LES}] - w_L C_L [T_L(t) - T_{LS}] + [w_{St}(t) - w_{StS}] \lambda = V \rho_L C_L \frac{d[T_L(t) - T_{LS}]}{dt}. \quad (50)$$

Poniendo en términos de las variables de desviación, se tiene:

$$w_L C_L T_{LE}(t) - w_L C_L T_L(t) + w_{St}(t) \lambda = V \rho_L C_L \frac{dT_L(t)}{dt}. \quad (51)$$

Como la temperatura del líquido a la entrada del tanque se mantiene constante, entonces: $T_{LE}(t) - T_{LES} = 0$. Entonces, la ecuación (51) queda:

$$-w_L C_L T_L(t) + w_{St}(t) \lambda = V \rho_L C_L \frac{dT_L(t)}{dt}. \quad (52)$$

Aplicando la transformada de Laplace en la ecuación (52), se obtiene:

$$\begin{aligned} -w_L C_L \mathcal{L}[T_L(t)] + \lambda \mathcal{L}[w_{St}(t)] &= V \rho_L C_L \mathcal{L}\left\{\frac{d[T_L(t)]}{dt}\right\}. \\ -w_L C_L T_L(s) + \lambda W_{St}(s) &= V \rho_L C_L [s T_L(s) - T_L(0)]. \end{aligned} \quad (53)$$

Note que: $T_L(s) = \mathcal{L}[T_L(t)] = \mathcal{L}[T_L]$, $W_{St}(s) = \mathcal{L}[w_{St}(t)] = \mathcal{L}[w_{St}]$.

Téngase en cuenta que: $T_L(0) = T_L(0) - T_L(0) = 0$. Entonces, la ecuación (53) queda:

$$-w_L C_L T_L(s) + \lambda W_{St}(s) = V \rho_L C_L s T_L(s). \quad (54)$$

Determinando la ecuación para la función de transferencia del sistema dinámico que representa al proceso térmico, se tiene:

$$\begin{aligned} W_{St}(s) &= \frac{1}{\lambda} (V \rho_L C_L s + w_L C_L) T_L(s) = \frac{w_L C_L}{\lambda} \left(\frac{V \rho_L}{w_L} s + 1 \right) T_L(s) \\ G_T(s) &= \frac{T_L(s)}{W_{St}(s)} = \frac{\lambda}{\left(\frac{V \rho_L}{w_L} s + 1 \right)}. \end{aligned} \quad (55)$$

De esta forma, los parámetros para el sistema dinámico que representa al proceso térmico, quedan expresados mediante las siguientes ecuaciones:

$$K = \frac{\lambda}{w_L C_L}. \quad (56)$$

$$\tau = \frac{V \rho_L}{w_L}. \quad (57)$$

Despejando $T_L(s)$ de la ecuación (55) y aplicando la transformada inversa de Laplace:

$$T_L(t) = \mathcal{L}^{-1}[T_L(s)] = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{K W_{St}(s)}{\tau s + 1} \right]. \quad (58)$$

Como $T_L(0)$ también se puede representar como T_{Li} , entonces el valor de $T_L(t)$ se puede obtener mediante la siguiente ecuación:

$$T_L(t) = T_{Li} + T_L(t). \quad (59)$$

Donde:

- w_L = flujo másico del líquido a la entrada y salida del tanque, kg/s.
- w_{St} = flujo másico del vapor o fuente de calentamiento, kg/s.
- C_L = calor específico del líquido (puede ser un néctar de fruta), J/(kg. °C).
- ρ_L = densidad del líquido, kg/m³.
- V = volumen que ocupa el líquido en el tanque, m³.
- λ = entalpía específica de condensación del vapor a 120 °C y 2 bar, J/kg.
- T_{LE} = temperatura del líquido a la entrada del tanque, °C.
- T_L = temperatura del líquido en el tanque, °C.
- T_{Li} = temperatura del líquido en el tanque al inicio del proceso térmico, °C.

El valor final de $T_L(t)$, se evalúa mediante la siguiente ecuación:

$$T_{L\,final} = \lim_{t \rightarrow \infty} T_L(t). \quad (60)$$

El flujo de vapor se representa mediante la siguiente ecuación:

$$w_{St}(t) = \begin{cases} w_{Sti}, & t < 0 \\ w_{Sti} + A, & 0 \leq t < a \\ B, & a \leq t < b \\ L, & t \geq b \end{cases} \quad (61)$$

Donde:

a = tiempo al que se da el primer cambio de $w_{St}(t)$, s.

b = tiempo al que se da el segundo cambio de $w_{St}(t)$, s.

B = valor del primer cambio de $w_{St}(t)$, kg/s.

L = valor del segundo cambio de $w_{St}(t)$, kg/s.

La cantidad $w_{Sti} + A$, es el valor de $w_{St}(t)$ en el intervalo $0 \leq t < a$.

Proceso de mezclado

Considere el proceso de mezclado que se muestra en la figura 26, en el cual entra una corriente de solución con una concentración de sal $x(t)$ y flujo volumétrico q . La corriente de salida tiene una concentración de sal $y(t)$ y el mismo flujo volumétrico que la corriente de entrada. En este caso se tiene interés en conocer la respuesta de la concentración de salida $y(t)$, a los cambios en la concentración de entrada $x(t)$.

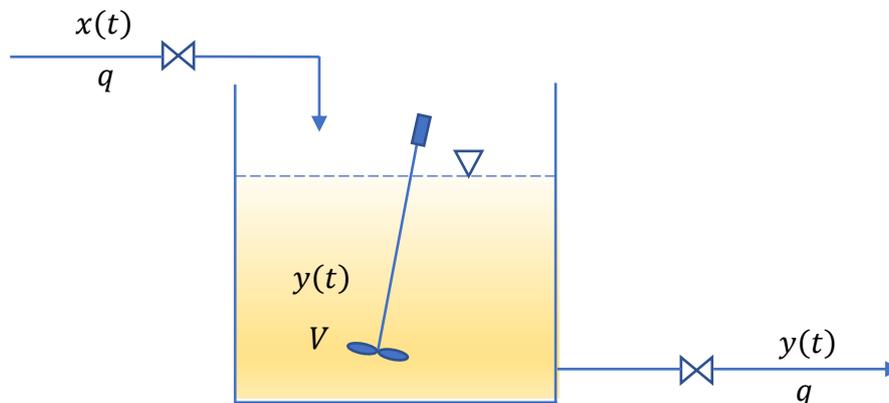


Figura 26. Proceso de mezclado.

Fuente: Moncada, 2005, p. 117.

Al realizar el balance de materia para el proceso de mezclado:

$$\text{Entrada} = q(\text{L/min})x(t)(\text{kg/L}).$$

$$\text{Salida} = q(\text{L/min})y(t)(\text{kg/L}).$$

$$\text{Acumulación} = \frac{d[V(\text{L})y(t)(\text{kg/L})]}{dt(\text{min})}.$$

$$qx(t) - qy(t) = \frac{d[Vy(t)]}{dt}. \quad (62)$$

Donde:

$x(t), y(t)$ = concentraciones de la solución en las corrientes de entrada y salida del tanque, respectivamente, kg/L.

V = volumen de solución en el tanque, L.

q = flujo volumétrico de la solución a la entrada y salida del tanque, L/min.

En el estado estacionario, se tiene:

$$qx_s(t) - qy_s(t) = \frac{d[Vy_s(t)]}{dt}. \quad (63)$$

Restando las ecuaciones: **(62)** – **(63)**,

$$q[x(t) - x_s(t)] - q[y(t) - y_s(t)] = \frac{d\{V[y(t) - y_s(t)]\}}{dt}. \quad (64)$$

Poniendo la ecuación en términos de las variables de desviación: $\mathfrak{x}(t) = x(t) - x_s(t)$ e $\mathfrak{y}(t) = y(t) - y_s(t)$, la ecuación **(64)** queda:

$$\mathfrak{x}(t) - \mathfrak{y}(t) = \frac{V}{q} \frac{d[\mathfrak{y}(t)]}{dt}. \quad (65)$$

Aplicando la transformada de Laplace en la ecuación **(65)**, se obtiene:

$$\mathcal{L}[\mathfrak{x}(t)] - \mathcal{L}[\mathfrak{y}(t)] = \frac{V}{q} \mathcal{L}\left\{\frac{d[\mathfrak{y}(t)]}{dt}\right\}.$$

$$\mathbb{X}(s) - \mathbb{Y}(s) = \frac{V}{q} [s\mathbb{Y}(s) - y(0)]. \quad (66)$$

Note que: $\mathbb{X}(s) = \mathcal{L}[\mathbf{x}(t)] = \mathcal{L}[\mathbf{x}]$, $\mathbb{Y}(s) = \mathcal{L}[y(t)] = \mathcal{L}[y]$.

Téngase en cuenta que: $y(0) = y(0) - y(0) = 0$. Entonces, la ecuación (66) queda:

$$G_M(s) = \frac{\mathbb{Y}(s)}{\mathbb{X}(s)} = \frac{1}{\frac{V}{q}s + 1} = \frac{K}{\tau s + 1}. \quad (67)$$

Donde $G_M(s)$ es la función de transferencia para el sistema dinámico que representa al proceso de mezclado.

De esta manera, los parámetros para el sistema dinámico que representa al proceso de mezclado, quedan expresados mediante las siguientes ecuaciones:

$$K = 1. \quad (68)$$

$$\tau = \frac{V}{q}. \quad (69)$$

Despejando $\mathbb{Y}(s)$ de la ecuación (67) y aplicando la transformada inversa de Laplace:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}[\mathbb{Y}(s)] = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{K\mathbb{X}(s)}{\tau s + 1} \right]. \quad (70)$$

La cantidad $y(0)$ también se puede representar como y_i , entonces el valor de $y(t)$ se puede obtener mediante la siguiente ecuación:

$$y(t) = y_i + y(t). \quad (71)$$

Entonces, el valor final de la concentración $y(t)$, se puede evaluar mediante la siguiente ecuación:

$$y_{final} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t). \quad (72)$$

La concentración $x(t)$ se representa mediante la siguiente ecuación:

$$x(t) = \begin{cases} x_i, & t < 0 \\ x_i + A, & 0 \leq t < a \\ B, & t \geq a \end{cases} \quad (73)$$

Donde:

y_i = concentración de la solución en el tanque al inicio del proceso de mezclado, kg/L.

a = tiempo al que se da el cambio de $x(t)$, min.

B = valor del cambio de $x(t)$, kg/L.

La cantidad $x_i + A$, es el valor de $x(t)$ en el intervalo $0 \leq t < a$.

3.1.2. Desarrollo de diagramas en Simulink de Matlab de tres sistemas dinámicos de primer orden

Para los tres sistemas dinámicos, primeramente, se hace el desarrollo del diagrama que representa a la función de entrada al sistema dinámico, después se hace el diagrama para evaluar los parámetros K y τ . Por último, se hace el diagrama general donde intervienen las funciones de entrada, transferencia y salida del sistema dinámico.

Control de nivel de líquido en un tanque

La función de entrada al sistema dinámico: control de nivel de líquido en un tanque, se define mediante la ecuación (48). Para representar la ecuación (48) mediante un diagrama de bloques en Simulink de Matlab, se le debe escribir de la forma siguiente:

$$f_E(t) = f_{Ei}[1 - u(t)] + (f_{Ei} + A)u(t) + [B - (f_{Ei} + A)]u(t - a) + [L - B]u(t - b). \quad (74)$$

Téngase en cuenta que, para este sistema dinámico la variable de entrada es el flujo volumétrico del líquido a la entrada del tanque, el cual se denota como $f_E(t)$ y debe estar en m^3/s .

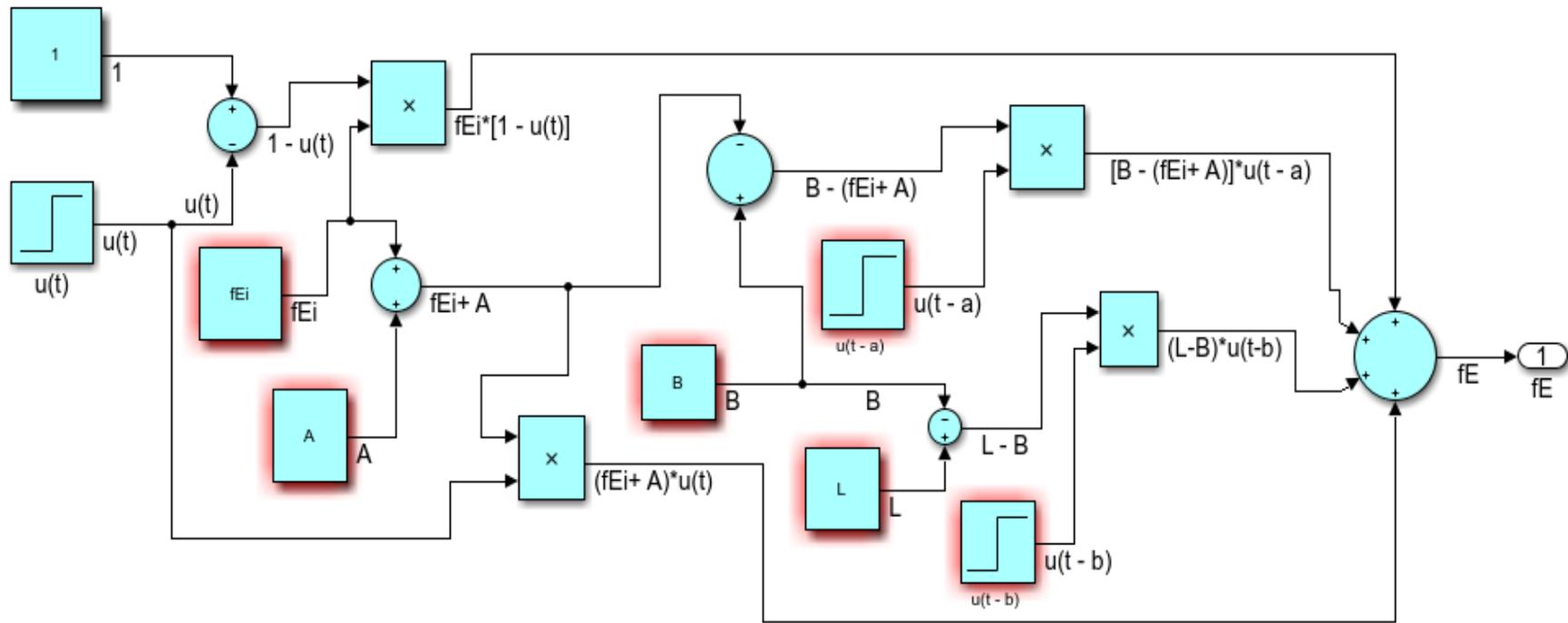


Figura 27. Representación de la función $f_E(t)$ en Simulink de Matlab.

Fuente: Elaboración propia.

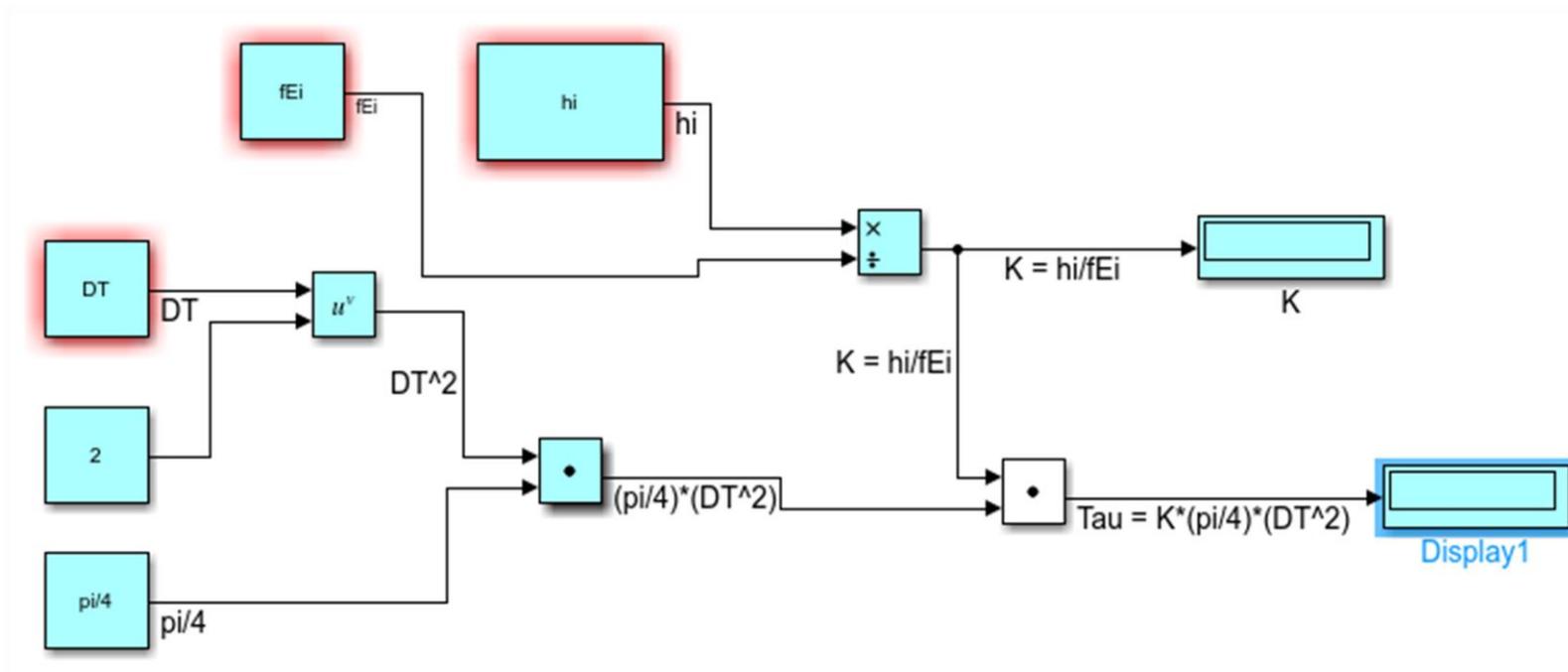


Figura 28. Diagrama en Simulink para K y τ del control de nivel de líquido en un tanque.

Fuente: Elaboración propia.

En este sistema dinámico, para determinar los valores de K y τ , se programa las ecuaciones (43) y (44), respectivamente.

Note que, para este caso, f_{Ei} , τ y D_T , se representan en Simulink de Matlab como f_{Ei} , τ y DT , respectivamente.

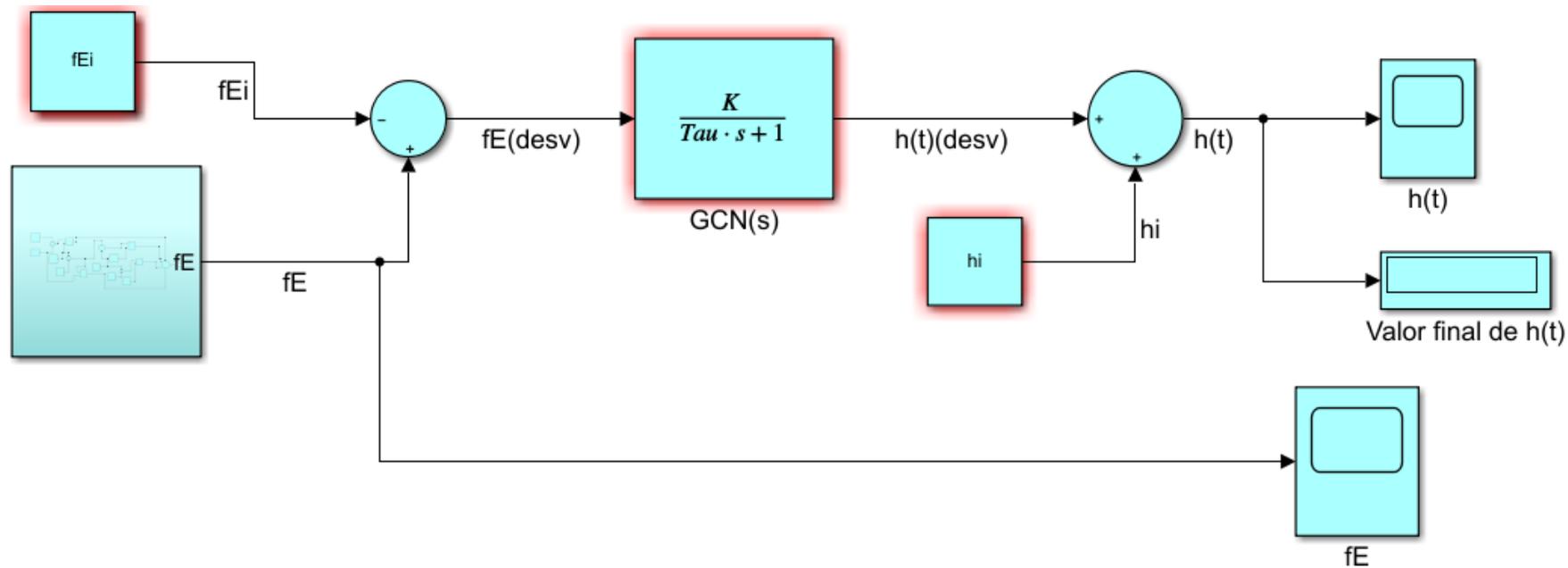


Figura 29. Diagrama en Simulink de Matlab del control de nivel de líquido en un tanque.

Fuente: Elaboración propia.

En la figura 29, se muestra que para determinar los valores de $h(t)$, $h(t)$ y h_{final} , se ha hecho uso de las ecuaciones (45), (46) y (47), respectivamente. En este caso $f_E(t)$ y h_{final} , se representan en Simulink de Matlab como $f_E(\text{desv})$ y valor final de $h(t)$, respectivamente.

Proceso térmico

La función de entrada al sistema dinámico: proceso térmico, está definida mediante la ecuación (61) y para representarla mediante un diagrama de bloques en Simulink de Matlab, se le debe escribir de la forma siguiente:

$$w_{St}(t) = w_{Sti}[1 - u(t)] + (w_{Sti} + A)u(t) + [B - (w_{Sti} + A)]u(t - a) + [L - B]u(t - b). \quad (75)$$

En este sistema dinámico la variable de entrada es el flujo másico del vapor o fuente de calentamiento, el cual se denota como $w_{St}(t)$ y debe estar en kg/s.

Se puede observar en la figura 30, que, para este sistema dinámico, w_{Sti} y w_{St} , se representan en Simulink de Matlab como wSti y wSt, respectivamente.

En este sistema dinámico, para determinar los valores de K y τ , se programa las ecuaciones (56) y (57), respectivamente (véase la figura 31).

También en la figura 31, se puede notar que las cantidades w_L , C_L , ρ_L y λ , se representan en Simulink de Matlab como wL, CL, RoL y Landa, respectivamente.

En la figura 32, se muestra que para determinar los valores de $T_L(t)$, $T_L(t)$ y T_{Lfinal} , se há hecho uso de las ecuaciones (58), (59) y (60), respectivamente.

También se puede observar en la figura 32, que, para este sistema dinámico, $T_L(t)$, $T_L(t)$ y T_{Lfinal} , se representan en Simulink de Matlab como TL(t)(desv), TL(t) y valor final de TL, respectivamente.

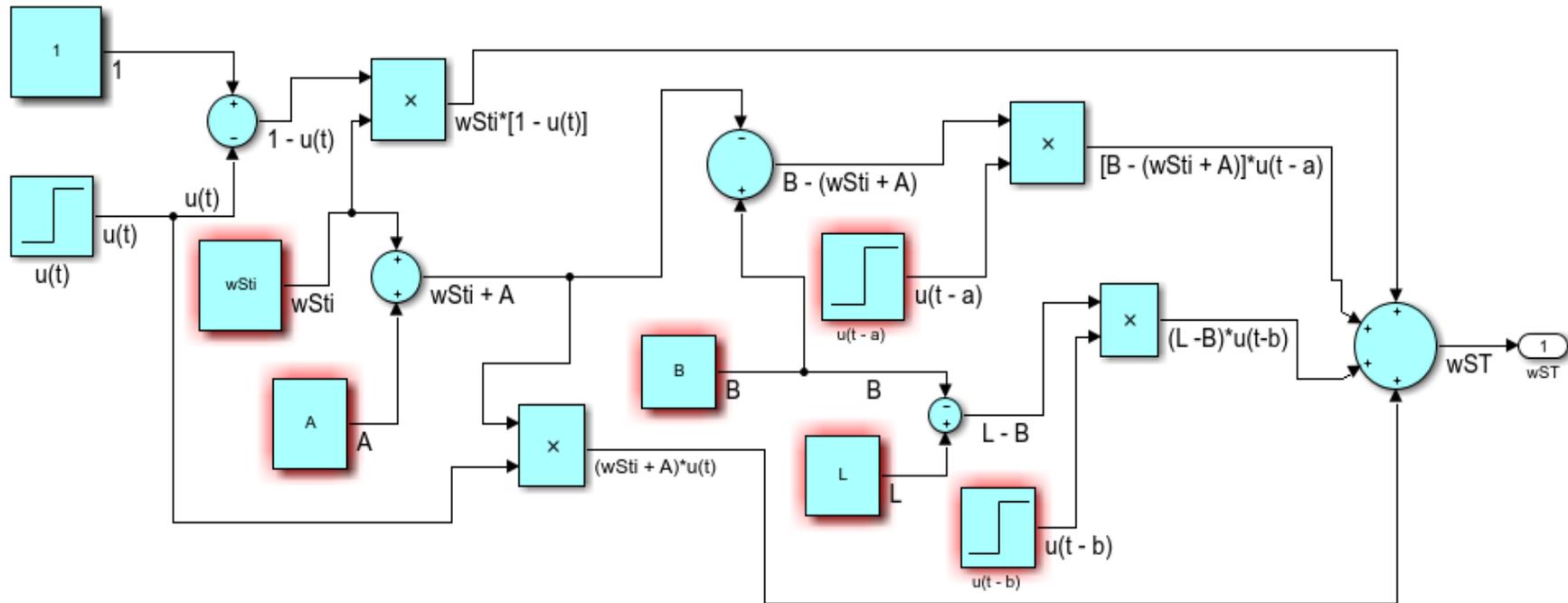


Figura 30. Representación de la función $w_{St}(t)$ en Simulink de Matlab.

Fuente: Elaboración propia.

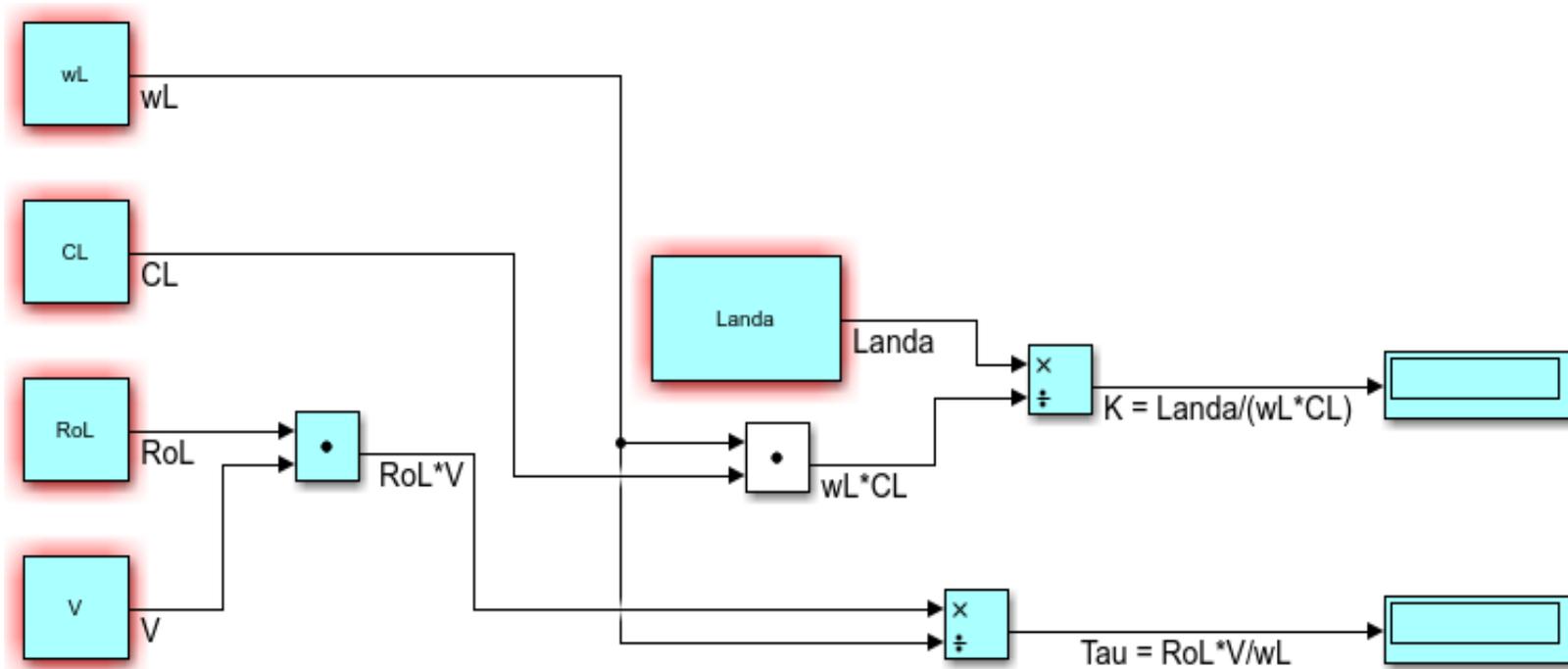


Figura 31. Diagrama en Simulink para K y τ del proceso térmico.

Fuente: Elaboración propia.

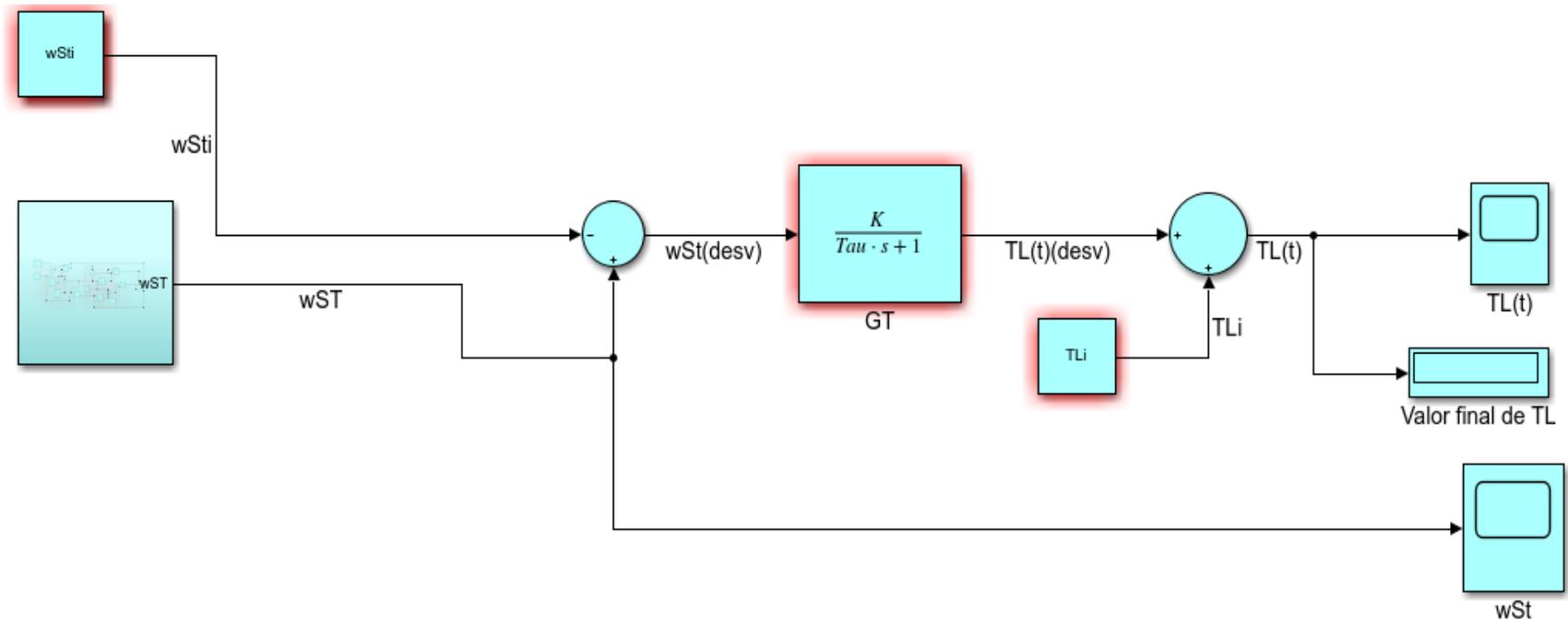


Figura 32. Diagrama en Simulink de Matlab del proceso térmico.

Fuente: Elaboración propia.

Proceso de mezclado

La función de entrada al sistema dinámico: proceso de mezclado, se define mediante la ecuación (73) y para representarla mediante un diagrama de bloques en Simulink de Matlab, se le debe escribir de la forma siguiente:

$$x(t) = x_i[1 - u(t)] + (x_i + A)u(t) + [B - (x_i + A)]u(t - a). \quad (76)$$

Para este sistema dinámico la variable de entrada es la concentración de la solución en la corriente de entrada, la cual se denota como $x(t)$ y debe estar en kg/L.

En la figura 33 se puede observar, que, para este sistema dinámico, x_i y x , se representan en Simulink de Matlab como xi y x, respectivamente.

Para este sistema dinámico, los valores de K y τ se determinan mediante las ecuaciones (68) y (69), respectivamente, las cuales se programan en Simulink de Matlab tal como se muestra en la figura 34.

También en la figura 34, se puede notar que las cantidades τ , V y q , se representan en Simulink de Matlab como Tau, V y q, respectivamente.

En la figura 35, se muestra que para determinar los valores de $y(t)$, $y(t)$ e y_{final} , se ha empleado las ecuaciones (70), (71) y (72), respectivamente.

También es notorio en la figura 35, que, para este sistema dinámico, $y(t)$, $y(t)$ e y_{final} , se representan en Simulink de Matlab como $y(t)(desv)$, $y(t)$ y valor final de $y(t)$, respectivamente.

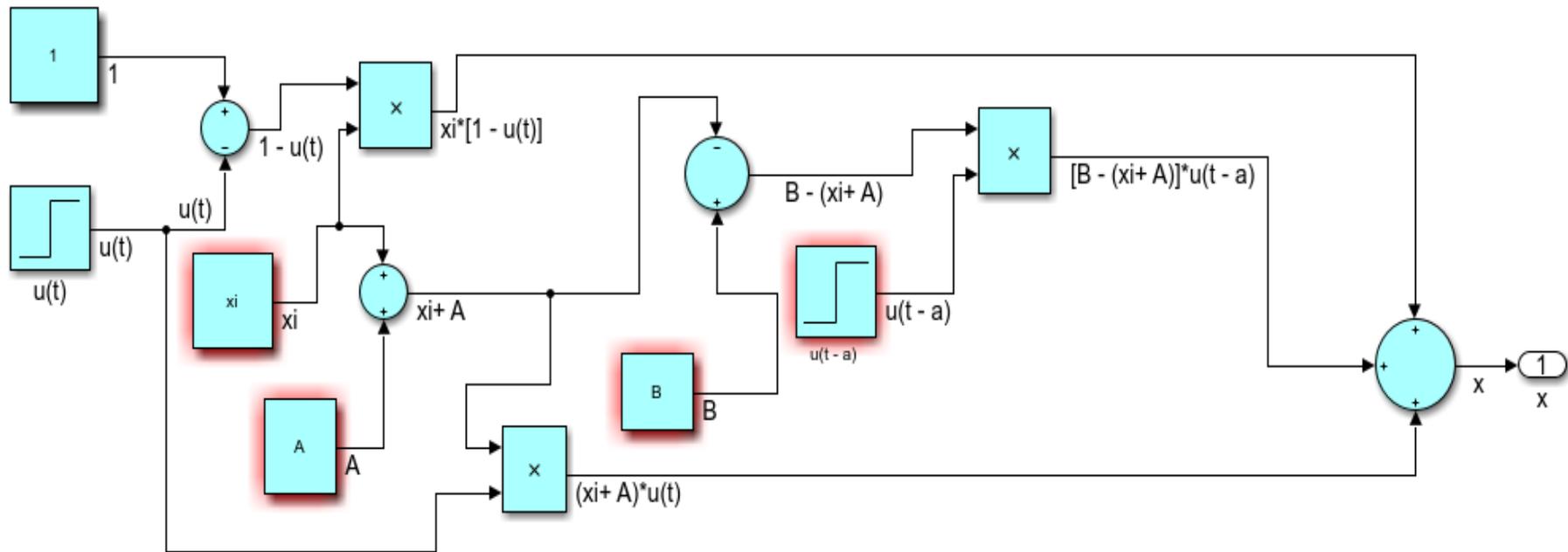


Figura 33. Representación de la función $x(t)$ en Simulink de Matlab.

Fuente: Elaboración propia.

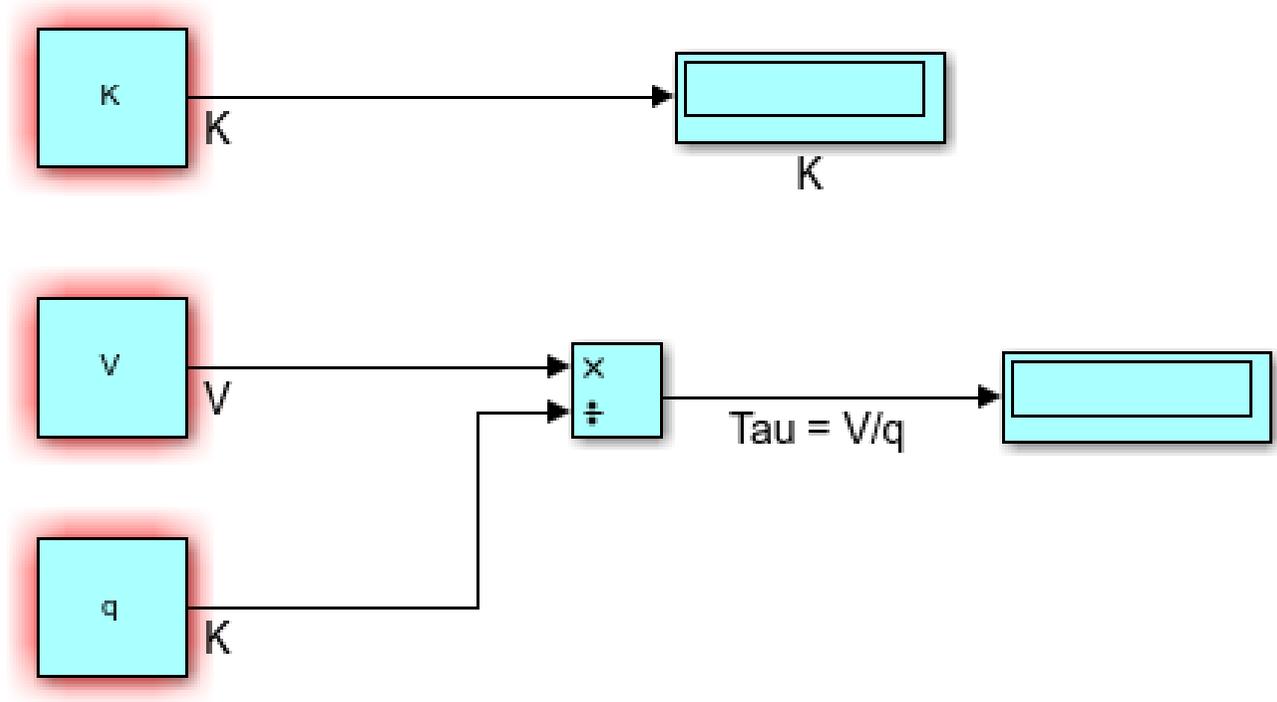


Figura 34. Diagrama en Simulink para K y τ del proceso de mezclado.

Fuente: Elaboración propia.

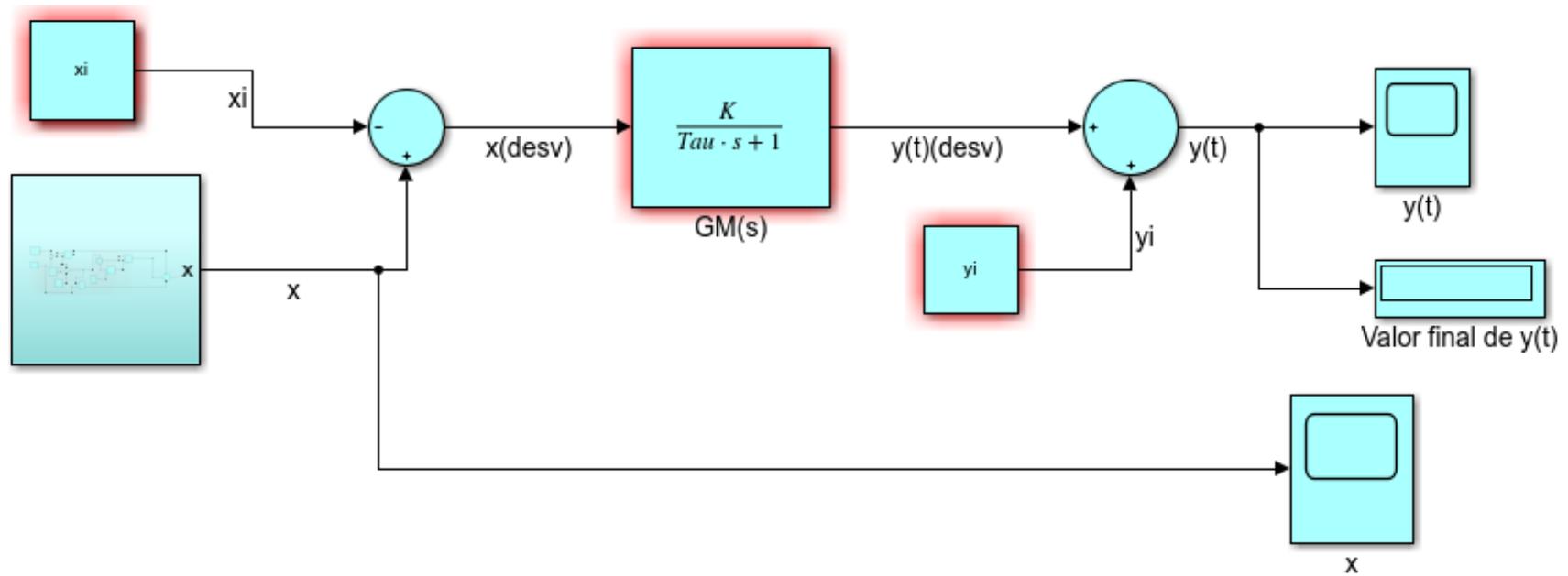


Figura 35. Diagrama en Simulink de Matlab del proceso de mezclado.

Fuente: Elaboración propia.

3.2. Diseño muestral

La población para la presente investigación, lo conforman todos aquellos modelos de proceso que puedan ser representados por un sistema dinámico de primer orden, lo cual es bastante grande. Sin embargo, a criterio de los investigadores, se ha elegido como muestra a tres procesos que ocurren a menudo en la ingeniería química, estos son: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado. De esta forma, es que se ha determinado que el tamaño de la muestra es igual a tres (3).

3.3. Procedimientos de recolección de datos

En la presente investigación, los procedimientos de recolección de datos fueron los siguientes:

- Determinación de la entalpía específica de condensación del vapor a 120 °C y 2 bar. Para esto se utilizó las tablas de vapor saturado, resultando el siguiente valor:

$$\lambda = 2201.6 \times 10^3 \text{ J/kg (Smith, Van Ness y Abbott, 2007, p. 718).}$$

- Ingreso de datos requeridos para la simulación de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado. Para esto se ha hecho uso del Script de Matlab.

Para el control de nivel de líquido en un tanque, los datos requeridos para la simulación son:

f_{Ei} = flujo volumétrico del líquido a la entrada del tanque antes de iniciar el proceso, 0.08 m³/s.

h_i = nivel de líquido en el tanque al inicio del proceso, 1.6 m.

D_T = diámetro del tanque, 4 m.

A = constante numérica, 0.04 m³/s.

B = valor del primer cambio de $f_E(t)$, 0.09 m³/s.

L = valor del segundo cambio de $f_E(t)$, 0.15 m³/s.

a = tiempo al que se da el primer cambio de $f_E(t)$, 1000 s.

b = tiempo al que se da el segundo cambio de $f_E(t)$, 3000 s.

Para el proceso térmico, los datos requeridos para la simulación son:

- w_{Sti} = flujo másico del vapor antes de iniciar el proceso, 0.04 kg/s.
- T_{Li} = temperatura del líquido en el tanque al inicio del proceso, 25 °C.
- w_L = flujo másico del líquido, 1 kg/s.
- C_L = calor específico del líquido (néctar de cocona), 3680 J/(kg. °C).
- ρ_L = densidad del líquido (néctar de cocona), 1050 kg/m³.
- V = volumen del líquido en el tanque, 0.35 m³.
- λ = entalpía específica de condensación del vapor a 120 °C y 2 bar, 2201.6 × 10³ J/kg.
- A = constante numérica, 0.07 kg/s.
- B = valor del primer cambio de $w_{St}(t)$, 0.15 kg/s.
- L = valor del segundo cambio de $w_{St}(t)$, 0.13 kg/s.
- a = tiempo al que se da el primer cambio de $w_{St}(t)$, 2000 s.
- b = tiempo al que se da el segundo cambio de $w_{St}(t)$, 3000 s.

Para el proceso de mezclado, los datos requeridos para la simulación son:

- q = flujo volumétrico de la solución a la entrada y salida del tanque, 30 L/min.
- V = volumen de solución en el tanque, 150 L.
- x_i = concentración de la solución en la corriente de entrada antes de iniciar el proceso de mezclado, 0.05 kg/L.
- y_i = concentración de la solución en el tanque al inicio del proceso de mezclado, 0.01 kg/L.
- A = constante numérica, 0.07 kg/L.
- B = valor del cambio de $x(t)$, 0.15 kg/L.
- a = tiempo al que se da el cambio de $x(t)$, 20 min.

```
Controldenivel.m x +
1 % Programa para control de nivel de líquido en un tanque
2 - fEi = input('ingrese flujo del líquido a la entrada del tanque antes de iniciar el proceso, en m^3/s');
3 - hi = input ('ingrese el nivel del líquido en el tanque al inicio del proceso, en m');
4 - DT = input ('ingrese el diámetro del tanque, en m');
5 - A = input ('ingrese el valor de A en m^3/s');
6 - B = input ('ingrese el valor de B en m^3/s');
7 - L = input ('ingrese el valor de L en m^3/s');
8 - a = input ('ingrese el valor de a en s');
9 - b = input ('ingrese el valor de b en s');
10 % Cálculo de K
11 - K = hi/fEi;
12 % Cálculo de Tau
13 - Tau = (pi/4)*(DT^2)*K;
```

C:\Program Files\Polyspace\R2020a\bin

```
ingrese flujo del líquido a la entrada del tanque antes de iniciar el proceso, en m^3/s 0.08
ingrese el nivel del líquido en el tanque al inicio del proceso, en m 1.6
ingrese el diámetro del tanque, en m 4
ingrese el valor de A en m^3/s 0.04
ingrese el valor de B en m^3/s 0.09
ingrese el valor de L en m^3/s 0.15
ingrese el valor de a en s 1000
ingrese el valor de b en s 3000
fx >>
```

Figura 36. Script para el ingreso de datos requeridos en la simulación del control de nivel de líquido en un tanque.

Fuente: Elaboración propia.

```

Procesotermico.m x +
1 % Programa para proceso térmico
2 wSti = input('ingrese el flujo másico del vapor antes de iniciar el proceso,en kg/s');
3 TLi = input ('ingrese la temperatura del líquido en el tanque al inicio del proceso, en °C');
4 wL = input ('ingrese el flujo másico del líquido,en kg/s');
5 CL = input ('ingrese el calor específico del líquido,en J/(kg.°C)');
6 RoL = input ('ingrese la densidad del líquido,en kg/m^3');
7 V = input('ingrese el volumen del líquido en el tanque,en m^3');
8 Landa = input('ingrese la entalpía específica de condensación del vapor,en J/kg');
9 A = input ('ingrese el valor de A en kg/s');
10 B = input ('ingrese el valor de B en kg/s');
11 L = input ('ingrese el valor de L en kg/s');
12 a = input ('ingrese el valor de a en s');
13 b = input ('ingrese el valor de b en s');
14 % Cálculo de K
15 K = Landa/(CL*wL);
16 % Cálculo de Tau
17 Tau = RoL*V/wL;

```

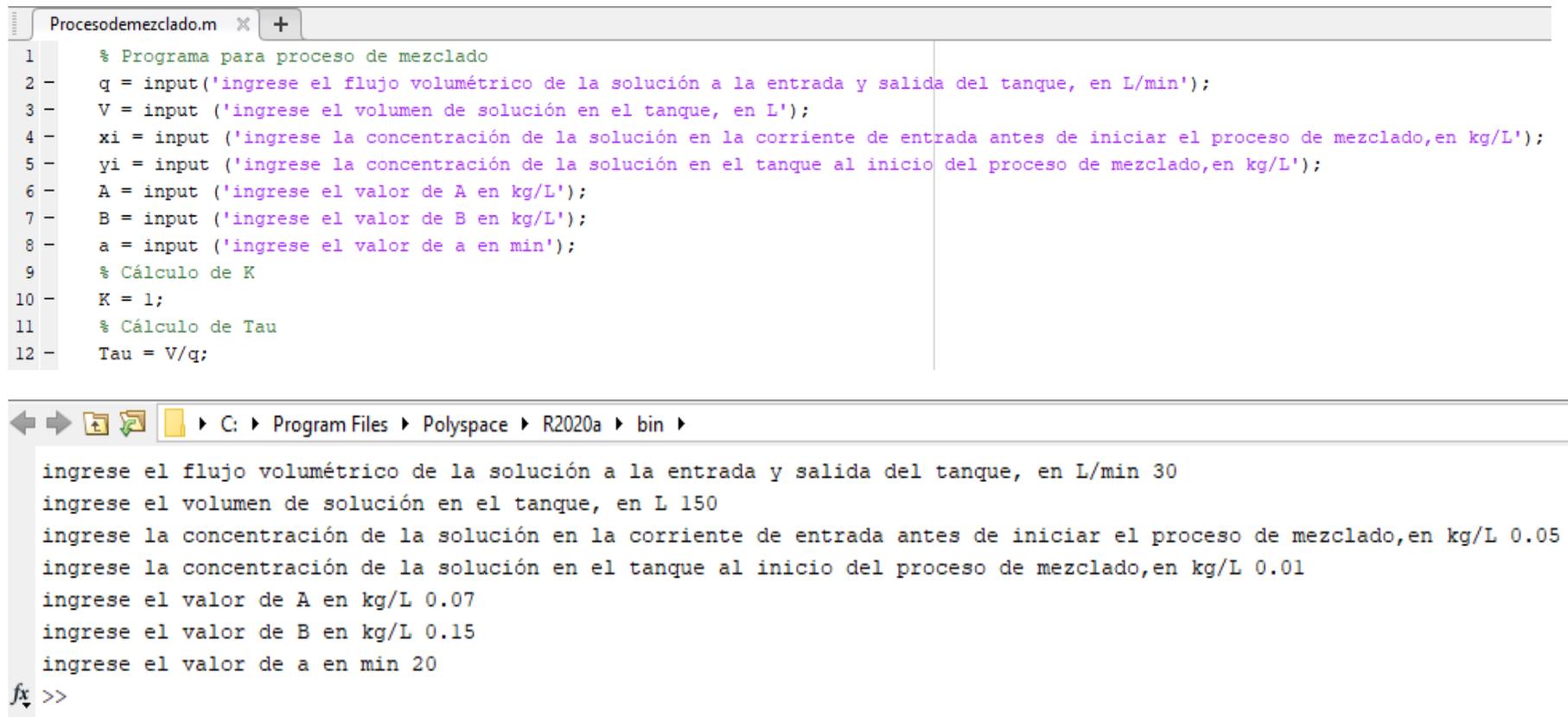
```

C:\Program Files\Polyspace\R2020a\bin
ingrese el flujo másico del vapor antes de iniciar el proceso,en kg/s 0.04
ingrese la temperatura del líquido en el tanque al inicio del proceso, en °C 25
ingrese el flujo másico del líquido,en kg/s 1
ingrese el calor específico del líquido,en J/(kg.°C) 3680
ingrese la densidad del líquido,en kg/m^3 1050
ingrese el volumen del líquido en el tanque,en m^3 0.35
ingrese la entalpía específica de condensación del vapor,en J/kg 2201.6*10^3
ingrese el valor de A en kg/s 0.07
ingrese el valor de B en kg/s 0.15
ingrese el valor de L en kg/s 0.13
ingrese el valor de a en s 2000
ingrese el valor de b en s 3000
fx >> |

```

Figura 37. Script para el ingreso de datos requeridos en la simulación del proceso térmico.

Fuente: Elaboración propia.



```
Procesodemezclado.m x +
1 % Programa para proceso de mezclado
2 - q = input('ingrese el flujo volumétrico de la solución a la entrada y salida del tanque, en L/min');
3 - V = input ('ingrese el volumen de solución en el tanque, en L');
4 - xi = input ('ingrese la concentración de la solución en la corriente de entrada antes de iniciar el proceso de mezclado, en kg/L');
5 - yi = input ('ingrese la concentración de la solución en el tanque al inicio del proceso de mezclado, en kg/L');
6 - A = input ('ingrese el valor de A en kg/L');
7 - B = input ('ingrese el valor de B en kg/L');
8 - a = input ('ingrese el valor de a en min');
9 % Cálculo de K
10 - K = 1;
11 % Cálculo de Tau
12 - Tau = V/q;
```

C: \ Program Files \ Polyspace \ R2020a \ bin

```
ingrese el flujo volumétrico de la solución a la entrada y salida del tanque, en L/min 30
ingrese el volumen de solución en el tanque, en L 150
ingrese la concentración de la solución en la corriente de entrada antes de iniciar el proceso de mezclado, en kg/L 0.05
ingrese la concentración de la solución en el tanque al inicio del proceso de mezclado, en kg/L 0.01
ingrese el valor de A en kg/L 0.07
ingrese el valor de B en kg/L 0.15
ingrese el valor de a en min 20
fx >>
```

Figura 38. Script para el ingreso de datos requeridos en la simulación del proceso de mezclado.

Fuente: Elaboración propia.

3.4. Procesamiento y análisis de datos

El procesamiento y análisis de datos, estuvo basado en el cálculo de los parámetros K y τ de los tres sistemas dinámicos mencionados. También se calculó el valor final de la variable de salida y se representó gráficamente las variables de entrada y salida en función del tiempo, para cada uno de los tres sistemas dinámicos.

Para determinar los valores de K y τ en el control de nivel de líquido, se programó en Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4, las ecuaciones (43) y (44), respectivamente. Para determinar la gráfica de $h(t)$ en función del tiempo t , se programó en Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4, la ecuación (46). Para determinar el valor de h_{final} , se programó en Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4, la ecuación (47).

Para determinar los valores de K y τ del proceso térmico, se programó en Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4, las ecuaciones (56) y (57), respectivamente. Para determinar la gráfica de $T_L(t)$ en función del tiempo t , se programó en Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4, la ecuación (59). Para determinar el valor de T_{Lfinal} , se programó en Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4, la ecuación (60).

Para determinar los valores de K y τ del proceso de mezclado, se programó en Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4, las ecuaciones (68) y (69), respectivamente. Para determinar la gráfica de $y(t)$ en función del tiempo t , se programó en Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4, la ecuación (71). Para determinar el valor de y_{final} , se programó en Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4, la ecuación (72).

3.5. Aspectos éticos

Como tesistas y egresados de la Facultad de Ingeniería Química (FIQ) de la Universidad Nacional de la Amazonía Peruana (UNAP), declaramos que en nuestro trabajo de tesis no existe plagio de ningún tipo de otro trabajo de tesis o artículo científico. Igualmente, nos comprometemos a respetar la veracidad de los resultados que se obtengan al realizar las simulaciones de los tres sistemas dinámicos mencionados.

CAPÍTULO IV: RESULTADOS

Tabla 3. Resultados de K , τ y h_{final} , en la simulación del control de nivel de líquido en un tanque.

K	τ	h_{final}
$\frac{s}{m^2}$	s	m
20	251.3	3

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4. Resultados de K , τ y T_{Lfinal} , en la simulación del proceso térmico.

K	τ	T_{Lfinal}
$\frac{s \cdot ^\circ C}{kg}$	s	$^\circ C$
598.3	367.5	78.84

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5. Resultados de K , τ e y_{final} , en la simulación del proceso de mezclado.

K	τ	y_{final}
Sin dimensiones	min	kg/L
1	5	0.11

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 3, se muestra los resultados de K , τ y h_{final} , los cuales se han obtenido al realizar la simulación del control de nivel de líquido en un tanque, mediante Simulink de Matlab (véase la figura 39). Para obtener el valor de K , Simulink de Matlab realizó el cálculo mediante la ecuación (43), esto es:

$$K = \frac{h_i}{f_{Ei}} = \frac{1.6 \text{ m}}{0.08 \text{ m}^3/\text{s}} = 20 \text{ s/m}^2.$$

Para determinar el valor de τ , Simulink de Matlab realizó el cálculo mediante la ecuación (44), esto es:

$$\tau = K \left(\frac{\pi}{4} D_T^2 \right) = (20 \text{ s/m}^2) \left[\frac{\pi}{4} (4 \text{ m})^2 \right] = 251.3 \text{ s.}$$

En la tabla 4, se observan los resultados de las cantidades K , τ y $T_{L\text{final}}$, los cuales se han determinado al realizar la simulación del proceso térmico, mediante Simulink de Matlab (véase la figura 40). Para obtener el valor de K , Simulink de Matlab realizó el cálculo mediante la ecuación (56), esto es:

$$K = \frac{\lambda}{w_L C_L} = \frac{2201.6 \times 10^3 \text{ J/kg}}{(1 \text{ kg/s})(3680 \text{ J/(kg. } ^\circ\text{C)})} = 598.3 \frac{\text{s. } ^\circ\text{C}}{\text{kg}}.$$

Para determinar el valor de τ , Simulink de Matlab realizó el cálculo mediante la ecuación (57), esto es:

$$\tau = \frac{V \rho_L}{w_L} = \frac{(0.35 \text{ m}^3)(1050 \text{ kg/m}^3)}{(1 \text{ kg/s})} = 367.5 \text{ s.}$$

La tabla 5 indica los resultados de las cantidades K , τ e y_{final} , los cuales han sido determinados al realizar la simulación del proceso de mezclado, mediante Simulink de Matlab (véase la figura 41). El valor de K se fijó en Simulink de Matlab, de acuerdo a lo especificado en la ecuación (68), esto es:

$$K = 1.$$

Para determinar el valor de τ , Simulink de Matlab realizó el cálculo haciendo uso de la ecuación (69), esto es:

$$\tau = \frac{V}{q} = \frac{150 \text{ L}}{30 \text{ L/min}} = 5 \text{ min.}$$

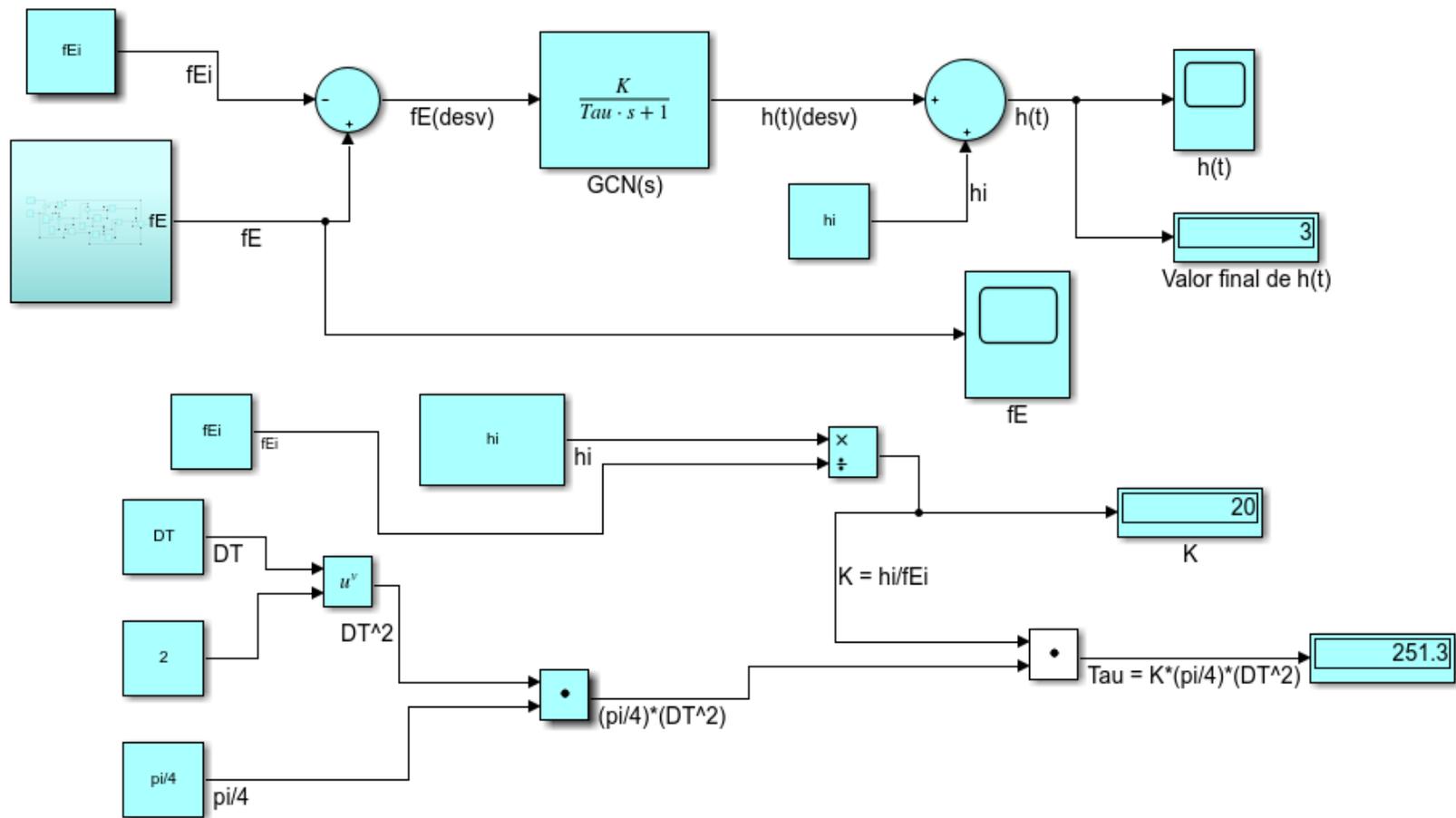


Figura 39. Resultados de K , τ y h_{final} , en la simulación del control de nivel de líquido en un tanque mediante Simulink de Matlab.

Fuente: Elaboración propia.

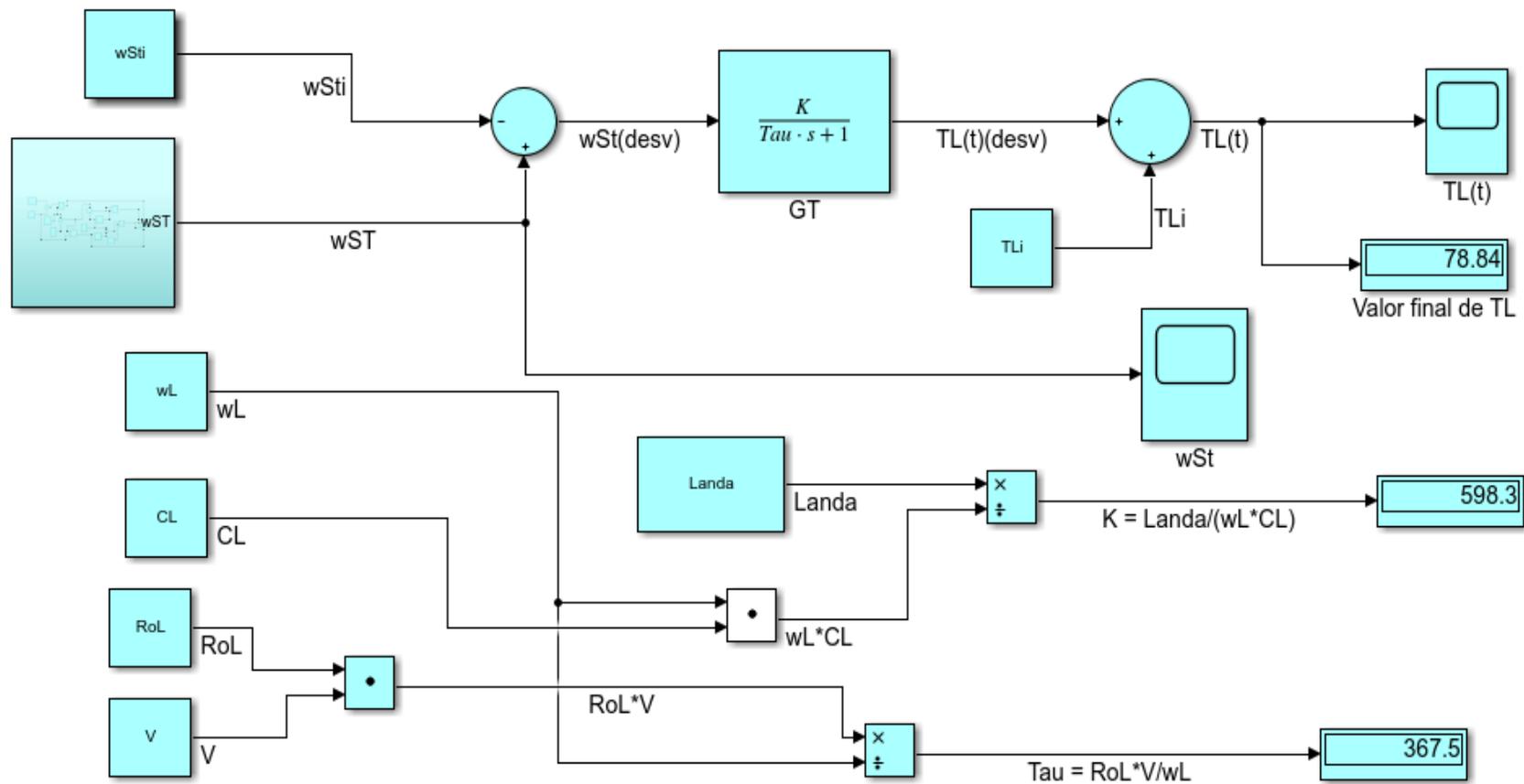


Figura 40. Resultados de K , τ y $T_{L_{final}}$, en la simulación del proceso térmico mediante Simulink de Matlab.

Fuente: Elaboración propia.

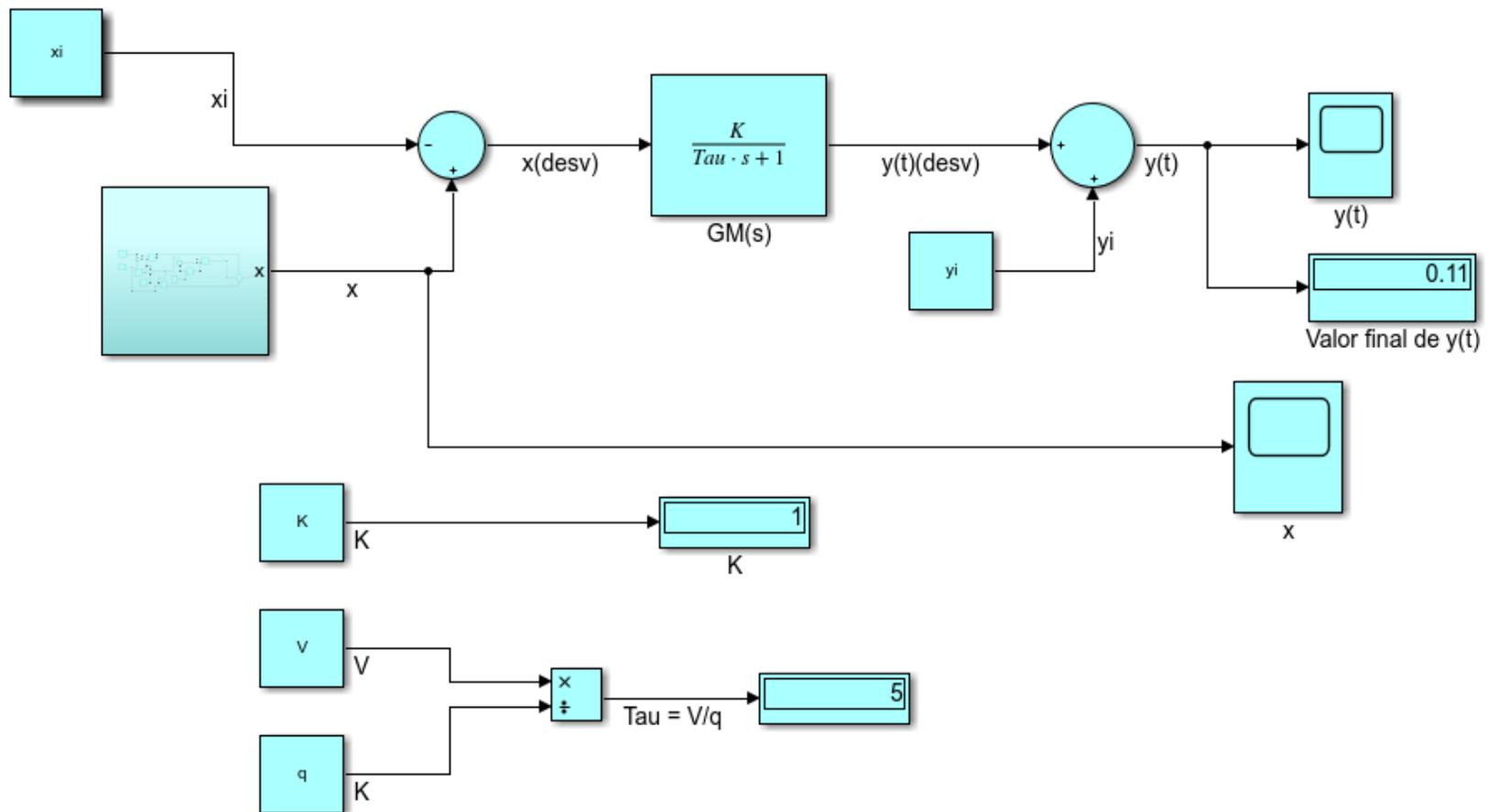


Figura 41. Resultados de K , τ e y_{final} , en la simulación del proceso de mezclado mediante Simulink de Matlab.

Fuente: Elaboración propia.

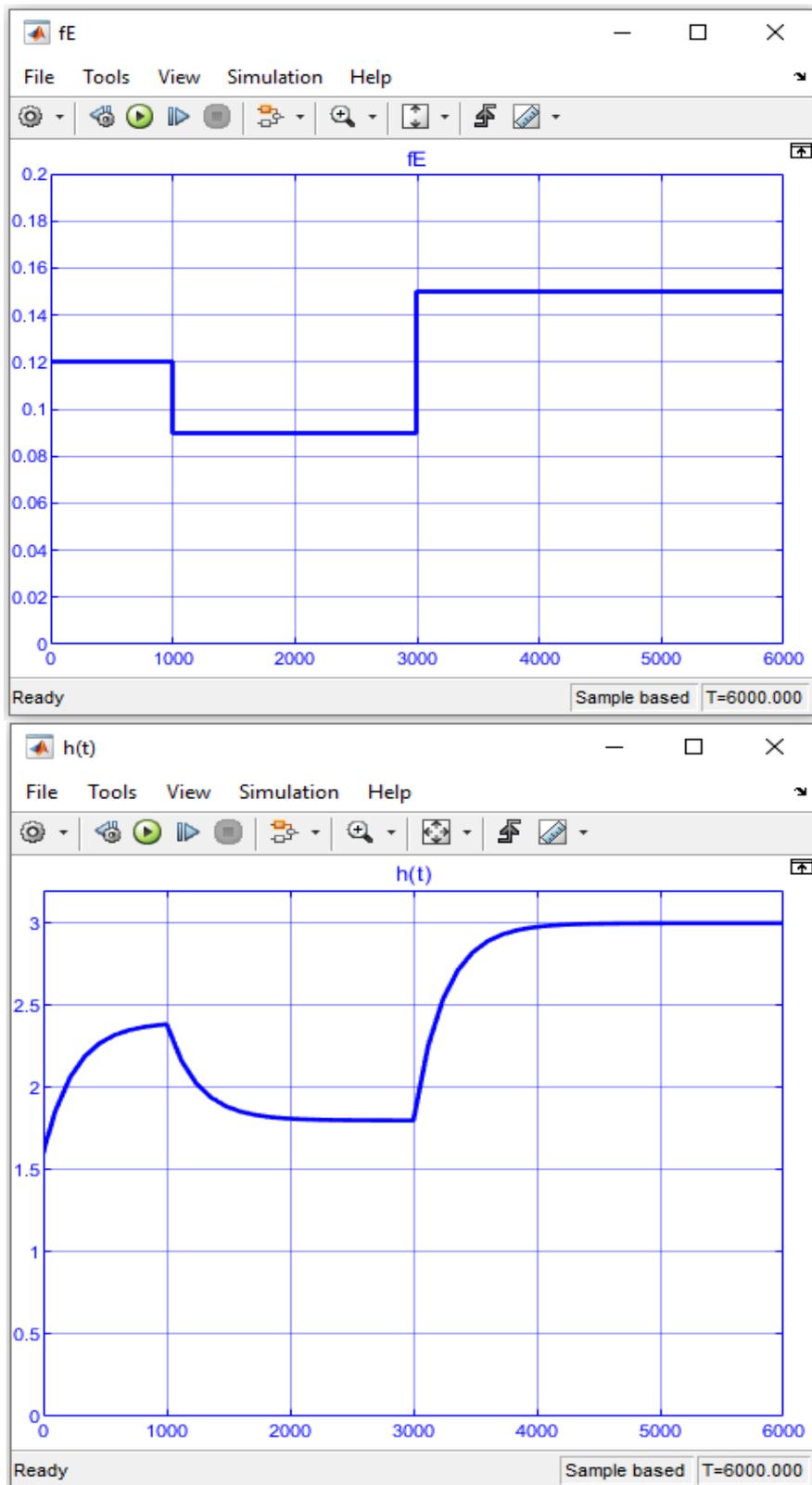


Figura 42. Representación gráfica de las variables de entrada y salida en función del tiempo para el control de nivel de líquido en un tanque.

Fuente: Elaboración propia.

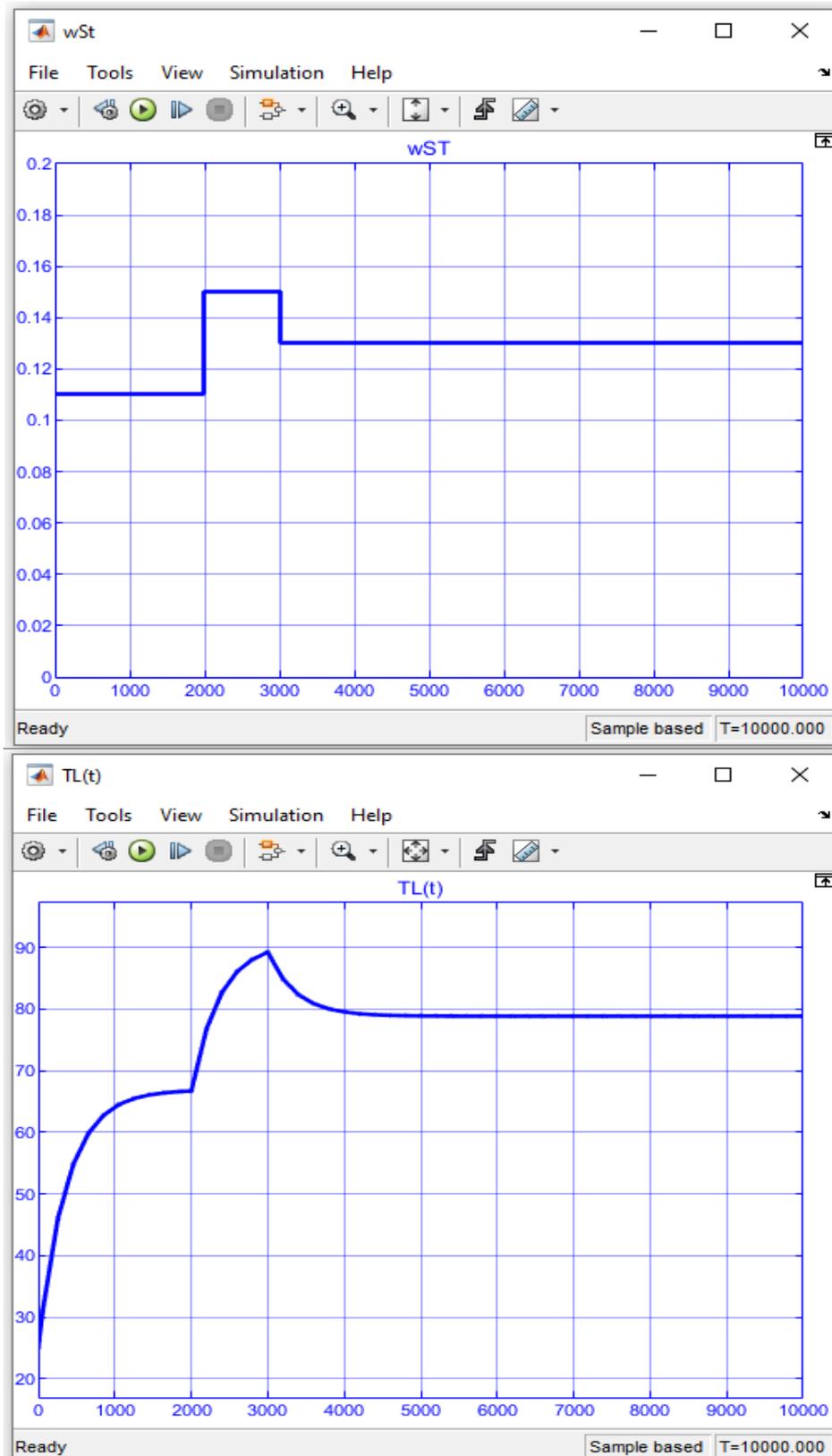


Figura 43. Representación gráfica de las variables de entrada y salida en función del tiempo para el proceso térmico.

Fuente: Elaboración propia.

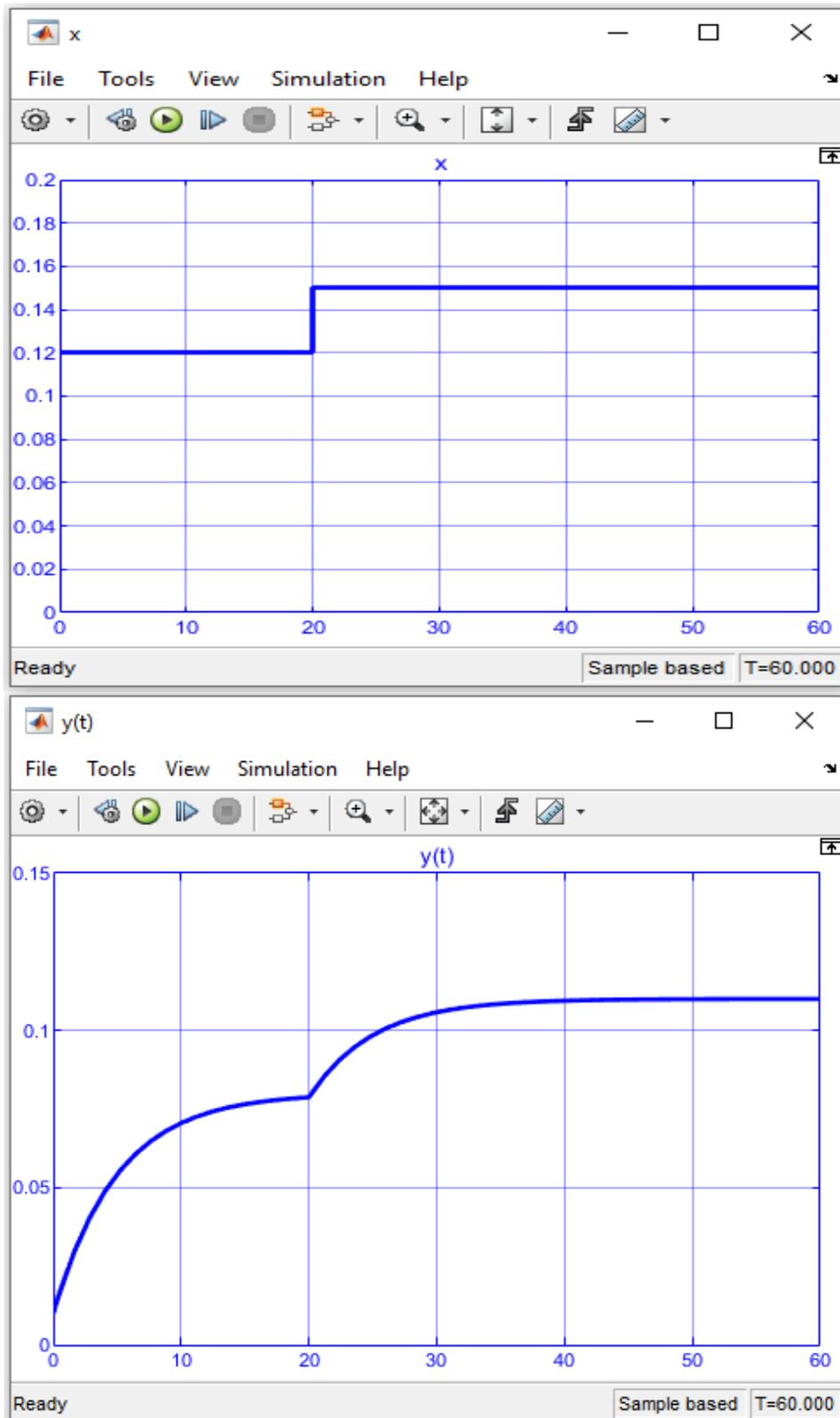


Figura 44. Representación gráfica de las variables de entrada y salida en función del tiempo para el proceso de mezclado.

Fuente: Elaboración propia.

En la figura 42, se muestra la representación gráfica de la variable de entrada en función del tiempo para el control de nivel de líquido en un tanque. Se puede observar en esta figura, que la variable de entrada (f_E) inicia el proceso con un valor de $0.12 \text{ m}^3/\text{s}$ y se mantiene con este valor en el intervalo $0 \leq t < 1000 \text{ s}$, en ese mismo instante cambia su valor a $0.09 \text{ m}^3/\text{s}$ y sigue así en el intervalo $1000 \leq t < 3000 \text{ s}$, en el mismo instante que se llega a los 3000 s cambia su valor a $0.15 \text{ m}^3/\text{s}$ y se mantiene así hasta los 6000 s .

En la misma figura 42, se muestra la representación gráfica de la variable de salida en función del tiempo para el control de nivel de líquido en un tanque. Se puede observar en esta figura, que la variable de salida ($h(t)$) inicia el proceso con un valor de 1.6 m y aumenta su valor hasta 2.385 m en el intervalo $0 \leq t < 1000 \text{ s}$, en ese mismo instante empieza a disminuir su valor hasta 1.8 m en el intervalo $1000 \leq t < 3000 \text{ s}$, en el mismo instante que se llega a los 3000 s empieza a aumentar su valor hasta 3 m y se mantiene así hasta los 6000 s .

En la figura 43, se muestra la representación gráfica de la variable de entrada en función del tiempo para el proceso térmico. Se puede ver en esta figura, que la variable de entrada ($w_{St}(t)$) inicia el proceso con un valor de 0.11 kg/s y se mantiene con este valor en el intervalo $0 \leq t < 2000 \text{ s}$, en ese mismo instante cambia su valor a 0.15 kg/s y sigue así en el intervalo $2000 \leq t < 3000 \text{ s}$, en el mismo instante que se llega a los 3000 s cambia su valor a 0.13 kg/s y se mantiene así hasta los 10000 s .

En la misma figura 43, se muestra la representación gráfica de la variable de salida en función del tiempo para el proceso térmico. En esta figura se puede ver, que la variable de salida ($T_L(t)$) inicia el proceso con un valor de $25 \text{ }^\circ\text{C}$ y aumenta su valor hasta $66.7 \text{ }^\circ\text{C}$ en el intervalo $0 \leq t < 2000 \text{ s}$, en ese mismo instante empieza a aumentar su valor hasta $89.22 \text{ }^\circ\text{C}$ en el intervalo $2000 \leq t < 3000 \text{ s}$, en el mismo instante que se llega a los 3000 s empieza a disminuir su valor hasta $78.84 \text{ }^\circ\text{C}$ y se mantiene así hasta los 10000 s .

En la figura 44, se muestra la representación gráfica de la variable de entrada en función del tiempo para el proceso de mezclado. Se puede observar en esta figura, que la variable de entrada ($x(t)$) inicia el proceso con un valor de 0.12 kg/L y se mantiene con

este valor en el intervalo $0 \leq t < 20$ min, en ese mismo instante cambia su valor a 0.15 kg/L y sigue así hasta los 60 min.

En la misma figura 44, se muestra la representación gráfica de la variable de salida en función del tiempo para el proceso de mezclado. Se puede observar en esta figura, que la variable de salida ($y(t)$) inicia el proceso con un valor de 0.01 kg/L y aumenta su valor hasta 0.07872 kg/L en el intervalo $0 \leq t < 20$ min, en ese mismo instante empieza a aumentar su valor hasta 0.11 kg/L y se mantiene así hasta los 60 min.

En la figura 45, se muestra la comparación de resultados de la variable de entrada para el control de nivel de líquido en un tanque, los cuales han sido obtenidos mediante Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4.

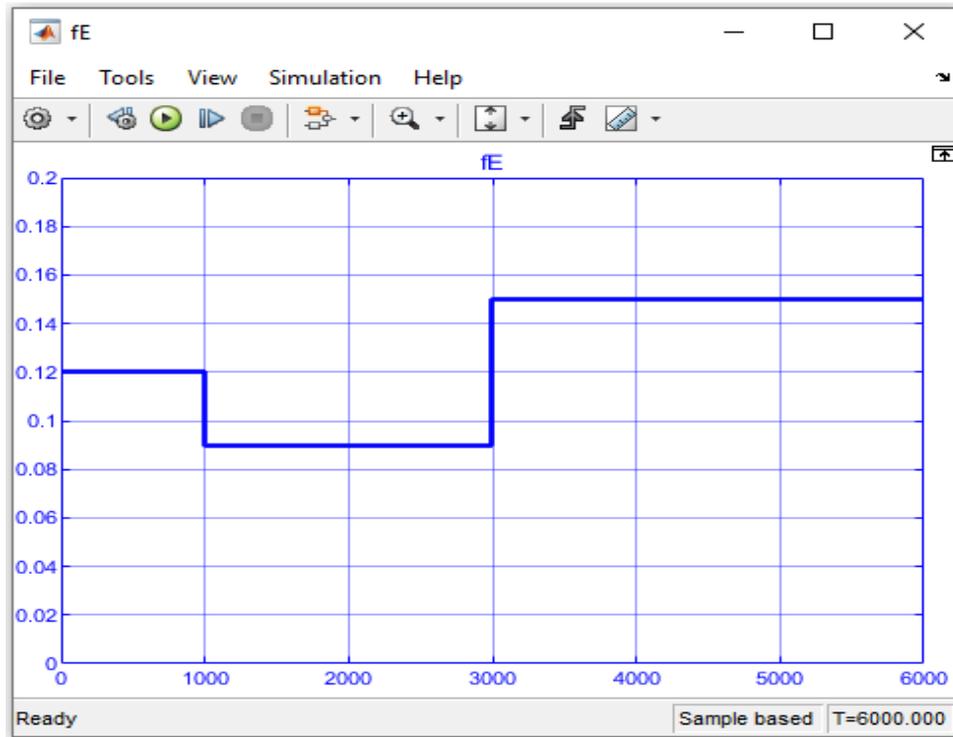
En la figura 46, se puede observar la comparación de resultados de la variable de salida para el control de nivel de líquido en un tanque, los cuales han sido obtenidos mediante Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4.

En la figura 47, se muestra la comparación de resultados de la variable de entrada para el proceso térmico, los mismos que se han obtenido mediante Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4.

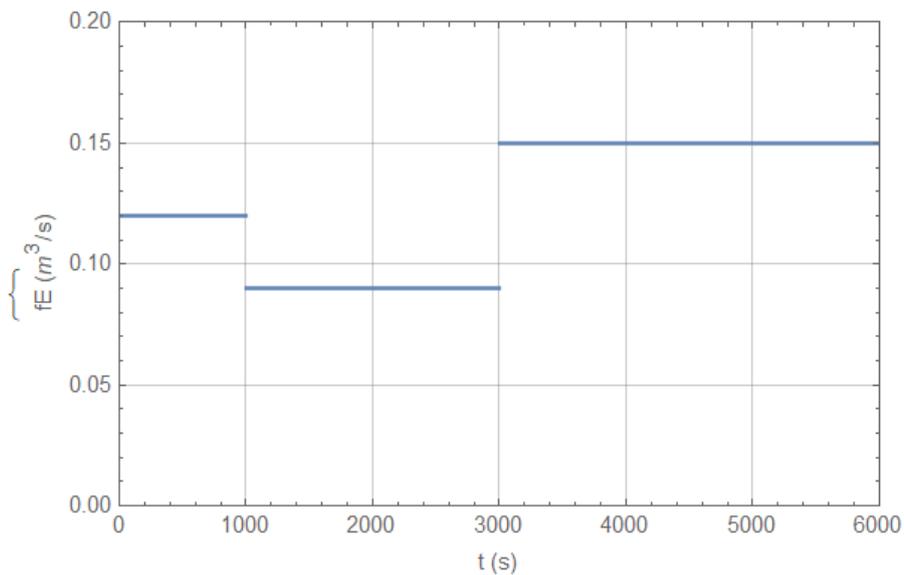
En la figura 48, se puede observar la comparación de resultados de la variable de salida para el proceso térmico, los mismos que se han obtenido mediante Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4.

En la figura 49, se muestra la comparación de resultados de la variable de entrada para el proceso de mezclado, siendo estos obtenidos mediante Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4.

En la figura 50, se puede ver la comparación de resultados de la variable de salida para el proceso de mezclado, siendo estos obtenidos mediante Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4.



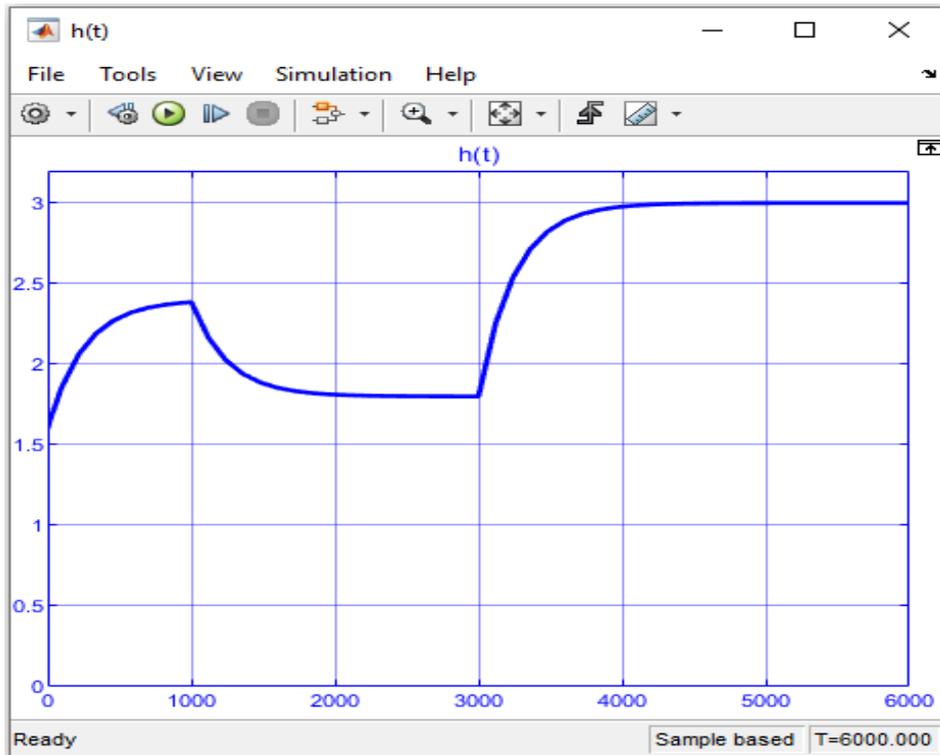
Representación gráfica de la variable de entrada para el control de nivel de líquido en un tanque mediante Simulink de Matlab.



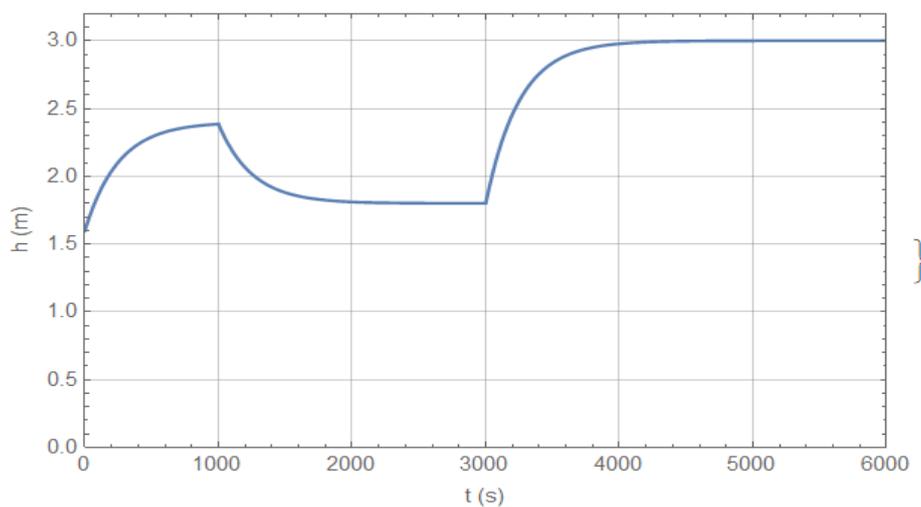
Representación gráfica de la variable de entrada para el control de nivel de líquido en un tanque mediante Wolfram Mathematica 10.4.

Figura 45. Comparación de resultados de la variable de entrada para el control de nivel de líquido.

Fuente: Elaboración propia.



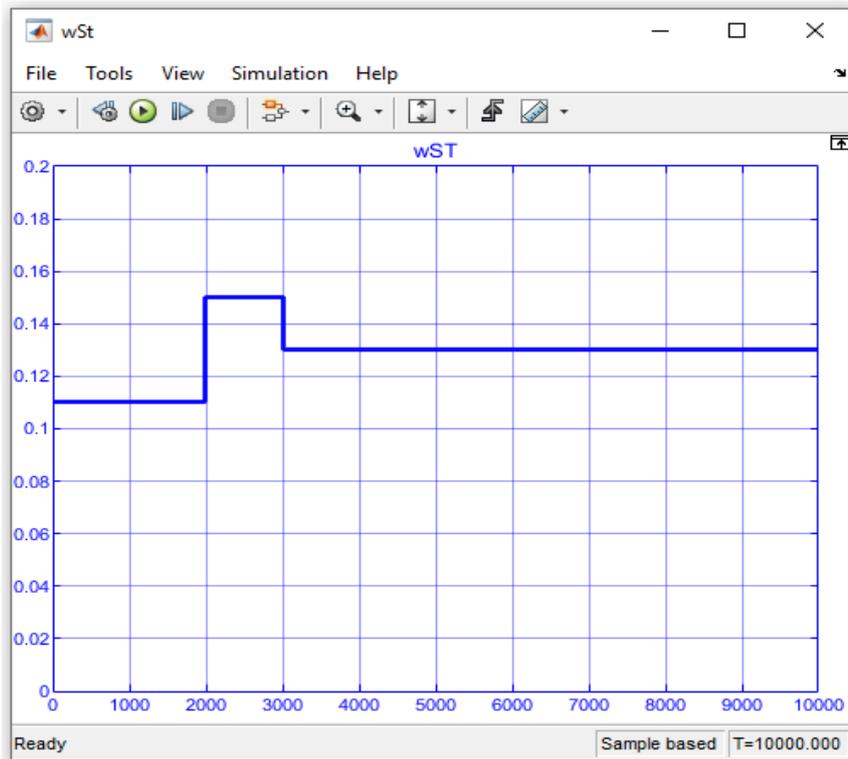
Representación gráfica de la variable de salida para el control de nivel de líquido en un tanque mediante Simulink de Matlab.



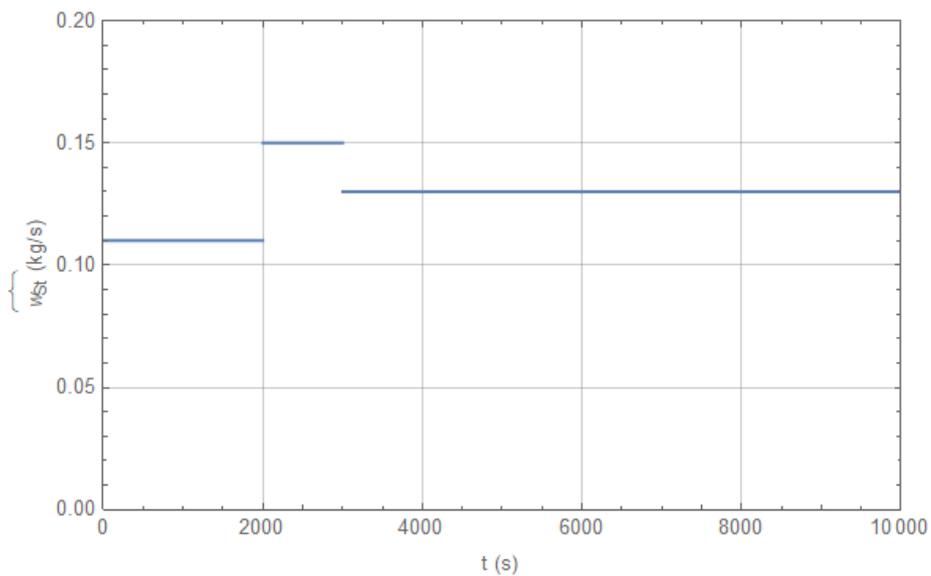
Representación gráfica de la variable de salida para el control de nivel de líquido en un tanque mediante Wolfram Mathematica 10.4.

Figura 46. Comparación de resultados de la variable de salida para el control de nivel de líquido.

Fuente: Elaboración propia.



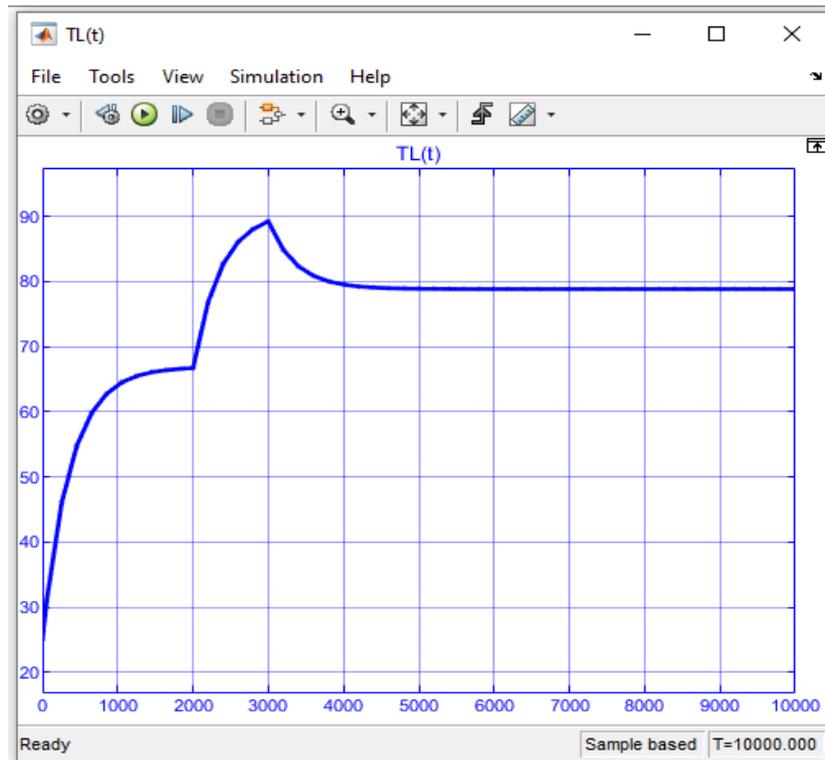
Representación gráfica de la variable de entrada para el proceso térmico mediante Simulink de Matlab.



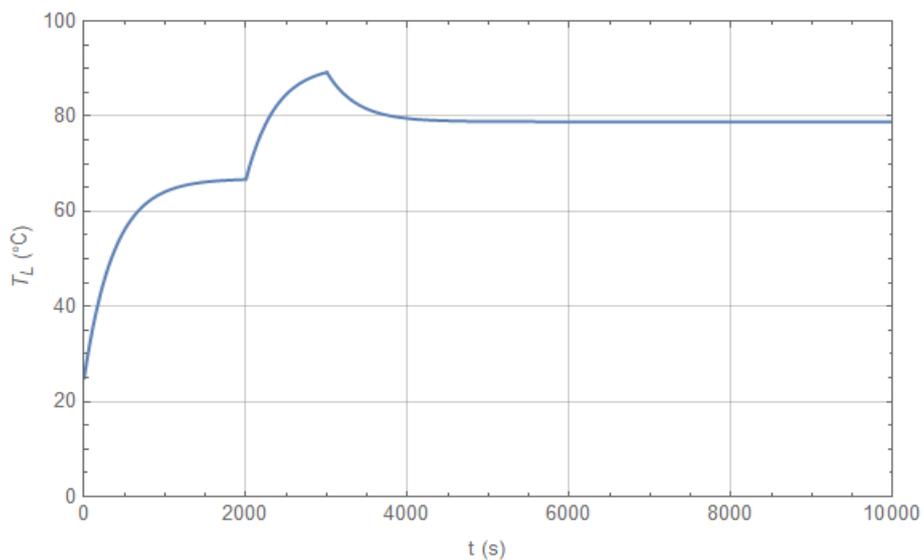
Representación gráfica de la variable de entrada para el proceso térmico mediante Wolfram Mathematica 10.4.

Figura 47. Comparación de resultados de la variable de entrada para el proceso térmico.

Fuente: Elaboración propia.



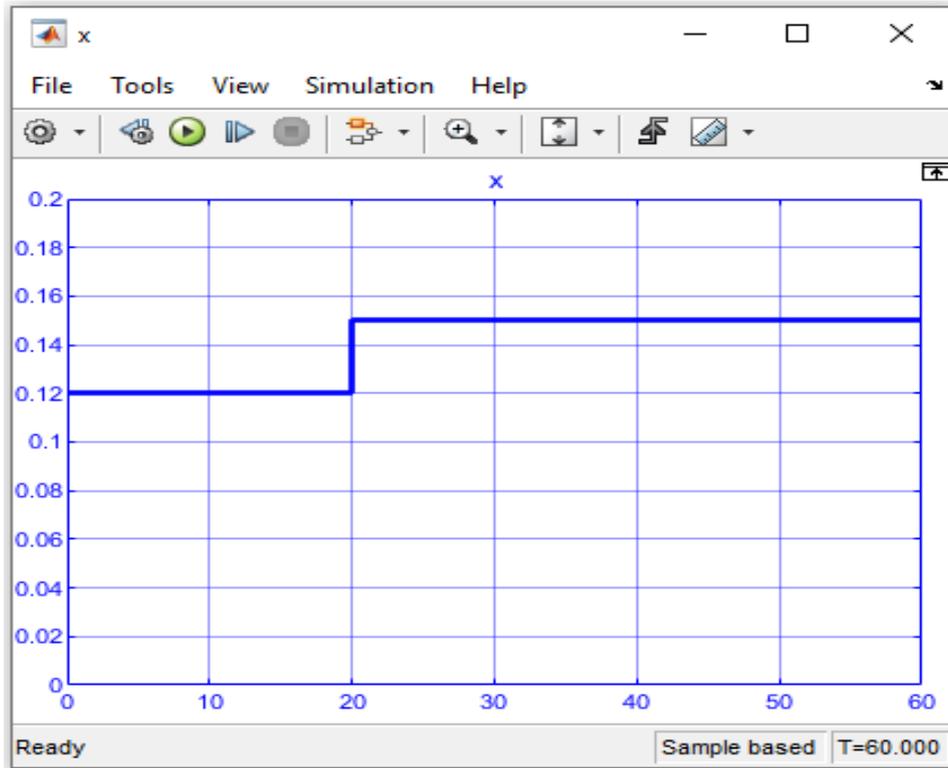
Representación gráfica de la variable de salida para el proceso térmico mediante Simulink de Matlab.



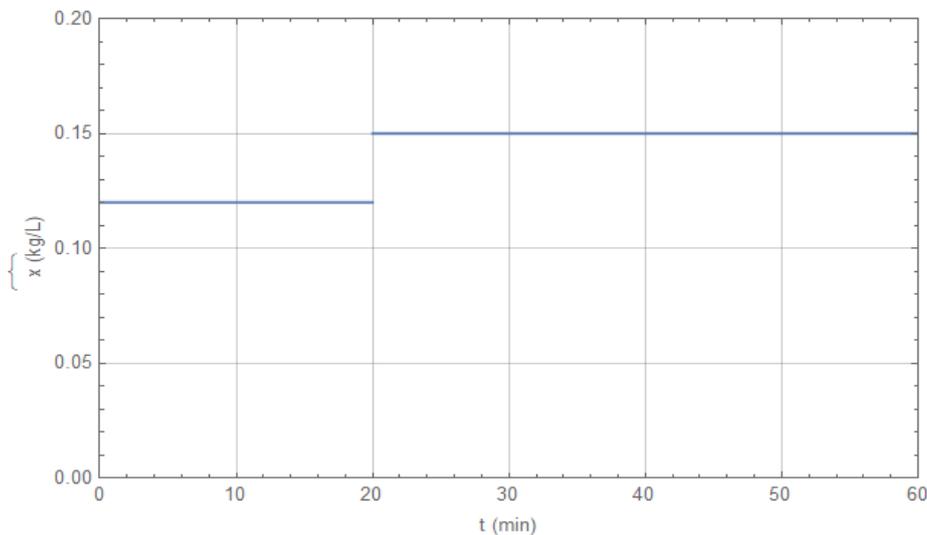
Representación gráfica de la variable de salida para el proceso térmico mediante Wolfram Mathematica 10.4.

Figura 48. Comparación de resultados de la variable de salida para el proceso térmico.

Fuente: Elaboración propia.



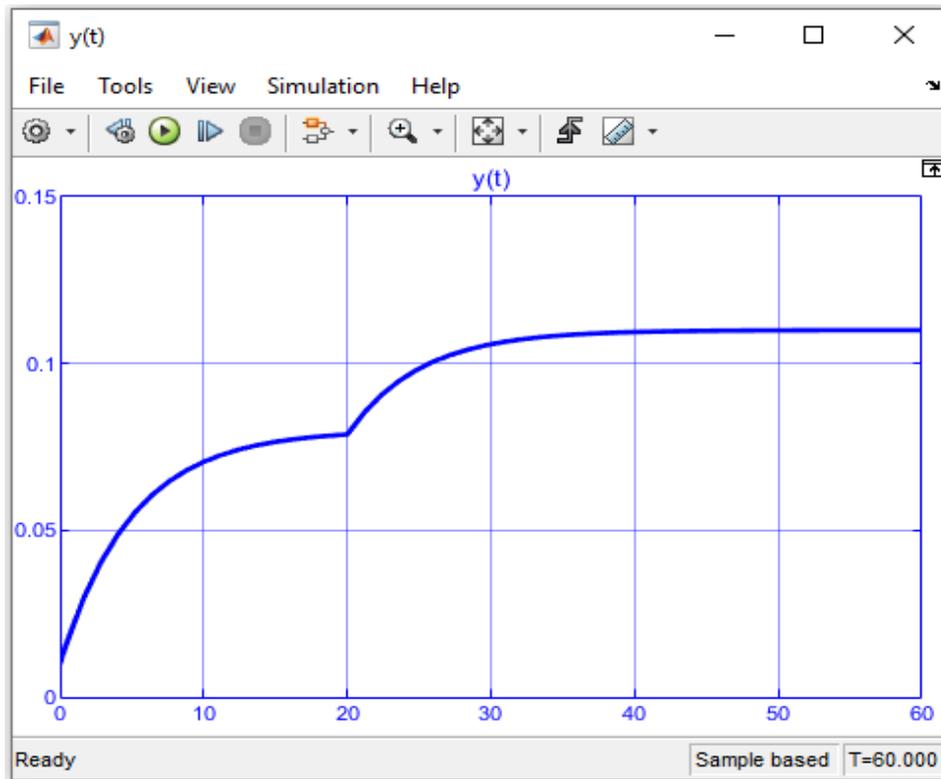
Representación gráfica de la variable de entrada para el proceso de mezclado mediante Simulink de Matlab.



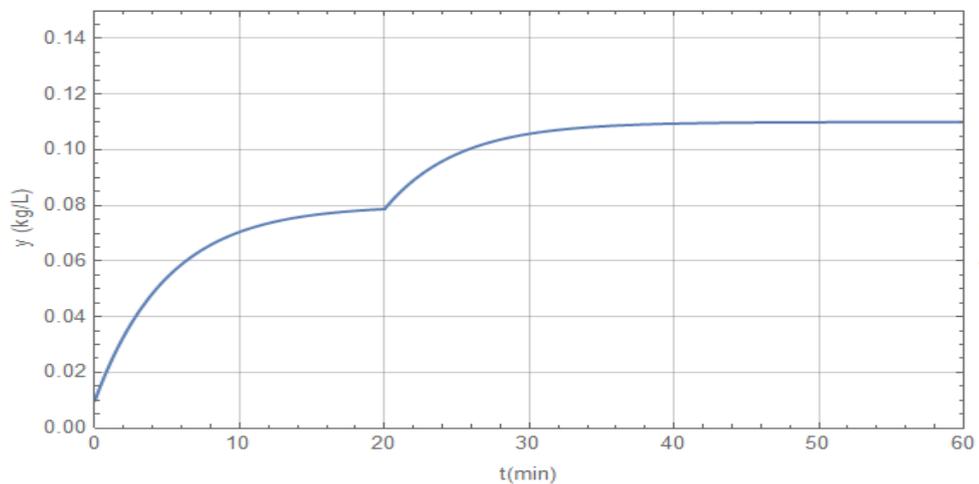
Representación gráfica de la variable de entrada para el proceso de mezclado

Figura 49. Comparación de resultados de la variable de entrada para el proceso de mezclado.

Fuente: Elaboración propia.



Representación gráfica de la variable de salida para el proceso de mezclado mediante Simulink de Matlab.



Representación gráfica de la variable de salida para el proceso de mezclado mediante Wolfram Mathematica 10.4.

Figura 50. Comparación de resultados de la variable de salida para el proceso de mezclado.

Fuente: Elaboración propia.

CAPÍTULO V: DISCUSIÓN

En el anexo 2, se puede observar que la ecuación obtenida en Wolfram Mathematica 10.4, que representa a la relación entre la variable de salida y el tiempo, para el control de nivel de líquido en un tanque, es:

$$h = 2.4 + 1.2\text{HeavisideTheta}[-3000 + t] - 0.62\text{HeavisideTheta}[-1000 + t] \\ + e^{-\frac{t}{80\pi}}(-0.8 - 183312\text{HeavisideTheta}[-3000 + t] + 32.0741\text{HeavisideTheta}[-1000 + t])$$

Puesto que Wolfram Mathematica expresa a la función escalón unitario $u(t)$ como $\text{HeavisideTheta}[t]$, entonces, dicha ecuación se puede expresar como se indica en la ecuación (77).

$$h(t) = 2.4 + 1.2u(t - 3000) - 0.62u(t - 1000) \\ + e^{-\frac{t}{80\pi}}(-0.8 - 183312u(t - 3000) + 32.0741u(t - 1000)). \quad (77)$$

Donde t es el tiempo en s y $h(t)$ es el nivel de líquido en el tanque en m.

También en el anexo 2 y en la figura 46, se puede observar la representación gráfica de la ecuación (77). Al comparar las gráficas de $h(t)$ en función de t , obtenidas mediante Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4, se puede observar que son idénticas (véase la figura 46). Es decir, las gráficas de $h(t)$ en función de t , obtenidas mediante Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4, muestran que: la variable de salida ($h(t)$) inicia el proceso con un valor de 1.6 m y aumenta su valor hasta 2.385 m en el intervalo $0 \leq t < 1000$ s, en ese mismo instante empieza a disminuir su valor hasta 1.8 m en el intervalo $1000 \leq t < 3000$ s, en el mismo instante que se llega a los 3000 s empieza a aumentar su valor hasta 3 m y se mantiene así hasta los 6000 s.

En el anexo 3, se puede observar que la ecuación obtenida en Wolfram Mathematica 10.4, que representa a la relación entre la variable de salida y el tiempo, para el proceso térmico, es:

$$T_L(t) = e^{-0.00272109t}(-41.8783 + 66.8783e^{0.00272109t} + T_1 + T_2)$$

$$T_1 = (41993.5 - 11.9652e^{0.00272109t})\text{HeavisideTheta}[-3000 + t]$$

$$T_2 = (-5526.6 + 23.9304e^{0.00272109t})\text{HeavisideTheta}[-2000 + t]$$

Esta ecuación se puede expresar como se indica en la ecuación (78).

$$T_L(t) = e^{-0.00272109t}(-41.8783 + 66.8783e^{0.00272109t} + T_1 + T_2). \quad (78)$$

Donde:

$$T_1 = (41993.5 - 11.9652e^{0.00272109t})u(t - 3000)$$

$$T_2 = (-5526.6 + 23.9304e^{0.00272109t})u(t - 2000)$$

En este caso t es el tiempo en s y $T_L(t)$ es la temperatura del líquido en el tanque en °C.

También en el anexo 3 y en la figura 48, se puede observar la representación gráfica de la ecuación (78). Al comparar las gráficas de $T_L(t)$ en función de t , obtenidas mediante Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4, se puede ver que son idénticas (véase la figura 48). Es decir, las gráficas de $T_L(t)$ en función de t , obtenidas mediante Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4, muestran que: la variable de salida ($T_L(t)$) inicia el proceso con un valor de 25 °C y aumenta su valor hasta 66.7 °C en el intervalo $0 \leq t < 2000$ s, en ese mismo instante empieza a aumentar su valor hasta 89.22 °C en el intervalo $2000 \leq t < 3000$ s, en el mismo instante que se llega a los 3000 s empieza a disminuir su valor hasta 78.84 °C y se mantiene así hasta los 10000 s.

En el anexo 4, se puede observar que la ecuación obtenida en Wolfram Mathematica 10.4, que representa a la relación entre la variable de salida y el tiempo, para el proceso de mezclado, es:

$$y = \frac{1}{100} \left(8 + 3\text{HeavisideTheta}[-20 + t] - e^{-t/5}(7 + 3e^4\text{HeavisideTheta}[-20 + t]) \right)$$

Esta ecuación se puede expresar como se muestra en la ecuación (79).

$$y(t) = \frac{1}{100} \left(8 + 3u(t - 20) - e^{-t/5} (7 + 3e^4 u(t - 20)) \right). \quad (79)$$

Donde t es el tiempo en min e $y(t)$ es la concentración de la solución en el tanque en kg/L.

Además, en el anexo 4 y en la figura 50, se puede observar la representación gráfica de la ecuación (79). Al comparar las gráficas de $y(t)$ en función de t , obtenidas mediante Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4, se puede ver que son idénticas (véase la figura 50). Esto indica que las gráficas de $y(t)$ en función de t , obtenidas mediante Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4, muestran que: la variable de salida ($y(t)$) inicia el proceso con un valor de 0.01 kg/L y aumenta su valor hasta 0.07872 kg/L en el intervalo $0 \leq t < 20$ min, en ese mismo instante empieza a aumentar su valor hasta 0.11 kg/L y se mantiene así hasta los 60 min.

Los resultados del valor final de la variable de salida para el control de nivel de líquido en un tanque, obtenidos mediante Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica, son: 3 m y 3 m, respectivamente (véase la tabla 3, figura 39 y anexo 2).

Los resultados del valor final de la variable de salida para el proceso térmico, obtenidos mediante Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica, son: 78.84 °C y 78.8435 °C, respectivamente (véase la tabla 4, figura 40 y anexo 3).

Los resultados del valor final de la variable de salida para el proceso de mezclado, obtenidos mediante Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica, son: 0.11 kg/L y 0.11 kg/L, respectivamente (véase la tabla 5, figura 41 y anexo 4).

Todo lo mencionado líneas arriba, prueba que los diagramas en Simulink de Matlab de los sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado, han sido desarrollados correctamente en el presente trabajo de tesis, pues los resultados obtenidos en ambas plataformas (Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4), son similares.

CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES

- Se ha aplicado la ecuación general de balance de masa y la ecuación general de balance de energía para procesos no reactivos para determinar la ecuación que representa a la función de transferencia para cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque (ecuación (42)), proceso térmico (ecuación (55)) y proceso de mezclado (ecuación (67)), cumpliéndose de esta forma con el primer objetivo específico y probándose la primera hipótesis específica.
- También se ha aplicado la ecuación general de balance de masa y la ecuación general de balance de energía para procesos no reactivos, para determinar la relación entre la variable de salida y la variable de entrada, para cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque (ecuación (45)), proceso térmico (ecuación (58)) y proceso de mezclado (ecuación (70)). De esta forma se está cumpliendo con el segundo objetivo específico y probándose la segunda hipótesis específica.
- Se ha determinado mediante el uso de Wolfram Mathematica 10.4, la relación que permite evaluar el valor de la variable de salida para cualquier tiempo mayor que cero, en cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque (ecuación (77)), proceso térmico (ecuación (78)) y proceso de mezclado (ecuación (79)), cumpliéndose de esta manera con el tercer objetivo específico y probándose la tercera hipótesis específica.
- Se ha comprobado que los diagramas que se han realizado en Simulink de Matlab, para los tres sistemas dinámicos mencionados, son correctos, puesto que al compararse las gráficas de la variable salida, obtenidas mediante Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4, se observó que son idénticas.
- Se concluye el presente trabajo de tesis, en el cual se ha desarrollado diagramas en Simulink de Matlab para el modelamiento y simulación de tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado, cumpliéndose de esta manera el objetivo general y probándose la hipótesis general.

CAPÍTULO VII: RECOMENDACIONES

- Se recomienda realizar otros trabajos donde se haga el modelamiento para los tres sistemas dinámicos mencionados, como sistemas de control en lazo cerrado en donde se muestre la metodología para sintonizar los parámetros del controlador proporcional integral derivativo (PID).
- Se recomienda utilizar las ecuaciones (42), (55) y (67), cuando se tenga que programar la ecuación de transferencia para realizar el modelamiento y simulación de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado, respectivamente.
- Se recomienda utilizar las ecuaciones (45), (58) y (70), cuando se tenga que programar la relación entre la variable de salida y la variable de entrada para realizar el modelamiento y simulación de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado, respectivamente.
- Se recomienda utilizar las ecuaciones (77), (78) y (79), cuando se tenga que programar la relación que permite evaluar el valor de la variable de salida para cualquier tiempo mayor que cero de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado, respectivamente.
- Se recomienda fomentar estos tipos de proyectos de tesis donde se haga la aplicación de la ecuación general de balance de masa, la ecuación general de balance de energía para procesos no reactivos y softwares de ingeniería como Simulink de Matlab y Wolfram Mathematica 10.4, con la finalidad de que puedan servir en la FIQ-UNAP, como herramientas computacionales en los cursos de balance de materia y energía, simulación de procesos químicos y automatización de procesos químicos. De esta manera se estará contribuyendo a la mejora de la enseñanza de los cursos mencionados, lo cual generará nuevas capacidades en los egresados de la FIQ-UNAP, colocándoles al mismo nivel de los egresados de otras universidades nacionales como la UNI, UNMSM y UNAC.

CAPÍTULO VIII: FUENTES DE INFORMACIÓN

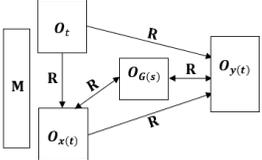
- ADAUTO, Jordan y PORTILLA, Elvis. Modelamiento de un Sistema de Control no Lineal a Lazo Cerrado para Optimizar un Secador tipo Rotatubos en la Producción de Harina de Pescado. Tesis para optar el título profesional de Ingeniero Químico. Trujillo, Perú: Universidad Nacional de Trujillo, Facultad de Ingeniería Química, Escuela Profesional de Ingeniería Química, 2019. pp. x, 38-53.
- ATATURIMA, Miguel. Matlab y Simulink para Ingeniería. 1a. ed. Lima, Perú: Universidad Nacional de Ingeniería, Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, 2021. pp. 123-124.
- BORY, Henry y RODRÍGUEZ, Dunia. Empleo del Simulink del Matlab para simulación de biorreactores, Santiago de Cuba, Cuba. Revista Tecnología Química: Tecnología Química, XXIX (1): 43-50, 2009.
- CENGEL, Yunus y PALM, William. Ecuaciones diferenciales para ingeniería y ciencias. 1a. ed. México: McGraw-Hill/Interamericana Editores, S. A. de C. V., 2014. pp. 420, 422, 430-431, 443.
ISBN: 978-607-15-0989-5.
- COUGHANOWR, Donald y LEBLANC, Steven. Process Systems Analysis and Control. 3a. ed. New York, USA: McGraw-Hill, 2009. pp. 26, 75, 77, 107, 111.
ISBN: 978-0-07-339789-4.
- EDWARDS, C. Henry y PENNEY, David E. Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. 4a. ed. México: Pearson Educación, 2009. pp. 442, 446.
ISBN: 978-970-26-1285-8.
- FELDER, Richard y ROUSSEAU, Ronald. Principios elementales de los procesos químicos. 3a. ed. México: Limusa Wiley, 2004. pp. 546, 556.

ISBN: 968-18-6169-8.

- HERNÁNDEZ, Richard. Introducción a los sistemas de control: Conceptos, aplicaciones y simulación con MATLAB. 1a. ed. México: Pearson Educación, 2010. 185 p.
ISBN: 978-607-442-842-1.
- MONCADA, Luis. Automatización y Control de Procesos. 2a. ed. Trujillo, Perú: Universidad Nacional de Trujillo, 2005. pp. 109, 114, 117.
- SANDOVAL, Ricardo y CAMPOS, Gabriela. Modelamiento y Simulación del Proceso de Obtención del Gas de Síntesis Mejorado mediante el Método Modular Simultáneo. Tesis para optar el título profesional de Ingeniero Químico. Trujillo, Perú: Universidad Nacional de Trujillo, Facultad de Ingeniería Química, Escuela Profesional de Ingeniería Química, 2019. pp. xiii, 42-50.
- SMITH, J. M.; VAN NESS, H. C. y ABBOTT, M. M. Introducción a la termodinámica en Ingeniería Química. 7a. ed. México: McGraw-Hill Interamericana Editores, S.A. de C.V., 2007. pp. 51, 718.
ISBN-13: 978-970-10-6147-3.
ISBN-10: 970-10-6147-0.
- ZILL, Dennis y CULLEN, Michael. Ecuaciones diferenciales con problemas con valores en la frontera. 7a. ed. México: Cengage Learning Editores, S. A. de C. V., 2009. pp. 256, 262.
ISBN-13: 978-607-481-314-2.
ISBN-10: 607-481-314-0.

ANEXOS

Anexo 1. Matriz de consistencia.

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	INDICADORES	METODOLOGÍA
<p>Problema general ¿Cuál es la representación que deben tener los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado; para poder realizar su modelamiento y simulación?</p> <p>Problemas específicos</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Existirá la ecuación que representa a la función de transferencia para cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado? • ¿Existirá la relación entre la variable de salida y la variable de entrada, para cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado? • ¿Existirá la relación que permite evaluar el valor de la variable de salida para cualquier tiempo mayor que cero, en cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado? 	<p>Objetivo general Desarrollar los diagramas de bloques en Simulink de Matlab que permiten realizar el modelamiento y simulación de tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado.</p> <p>Objetivos específicos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Determinar la ecuación que representa a la función de transferencia para cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado. • Determinar la relación entre la variable de salida y la variable de entrada, para cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado. • Determinar la relación que permite evaluar el valor de la variable de salida para cualquier tiempo mayor que cero, en cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado. 	<p>Hipótesis general La representación que deben tener los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado, para poder realizar su modelamiento y simulación, debe ser mediante diagramas de bloques en Simulink de Matlab.</p> <p>Hipótesis específicas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sí, existe una ecuación que representa a la función de transferencia para cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado. • Sí, existe relación entre la variable de salida y la variable de entrada, para cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado. • Sí, existe una relación que permite evaluar el valor de la variable de salida para cualquier tiempo mayor que cero, en cada uno de los tres sistemas dinámicos de primer orden: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado. 	<p>Variables independientes</p> <p>t: tiempo.</p> <p>$x(t)$: variable de entrada al sistema.</p>	<p>min s</p> <p>f_E: m³/s</p> <p>$w_{St}(t)$: kg/s</p> <p>x: kg/L</p>	<p>Tipo de investigación La presente investigación tiene enfoque cuantitativo, nivel de profundización explicativa y diseño correlacional.</p>  <p>Figura 23. Esquema del diseño de investigación. Fuente: Elaboración propia.</p> <p>Población Lo constituyen todos aquellos modelos de proceso que puedan ser representados por un sistema dinámico de primer orden.</p> <p>Muestra A criterio de los investigadores se ha elegido a tres procesos que ocurren con mucha frecuencia en la ingeniería química: control de nivel de líquido en un tanque, proceso térmico y proceso de mezclado. Por lo tanto, se puede decir que el tamaño de la muestra es igual a tres (3).</p>
			<p>Variable interviniente</p> <p>$G(s)$: función de transferencia.</p>	<p>$\frac{K}{\tau s + 1}$</p>	
			<p>Variable dependiente</p> <p>$y(t)$: variable de salida del sistema.</p>	<p>h: m</p> <p>T: °C</p> <p>y: kg/L</p>	

Anexo 2. Código en Wolfram Mathematica para el control de nivel de líquido en un tanque.

Programa para control de nivel de líquido en un tanque

Autores : JHOLEY PETERSON FERNÁNDEZ PINCHE Y POOL ANTHONY BARDALES NÚÑEZ

f_E = flujo del líquido a la entrada del tanque, m^3/s .

$h = h(t)$ = nivel del líquido en el tanque en el dominio t , m .

$f_{Ei} = f_E(0^-)$ = flujo del líquido a la entrada del tanque antes de iniciar el proceso, m^3/s .

$h_i = h(0)$ = nivel del líquido en el tanque al inicio del proceso, m .

t = tiempo, s .

$f_E = f_E(t)$ = flujo del líquido a la entrada del tanque expresada como variable de desviación y en el dominio t , m^3/s .

$F_E = F_E(s)$ = transformada de Laplace de $f(t)$.

$h = h(t)$ = nivel del líquido en el tanque expresada como variable de desviación y en el dominio t , m .

A_C = área circular del tanque, m^2 .

D_T = diámetro del tanque, m .

```
ClearAll["Global"];
```

```
|borra todo
```

```
In[1]:= A = Rationalize[0.04];
```

```
|racionaliza
```

```
B = Rationalize[0.09];
```

```
|racionaliza
```

```
L = 0.15;
```

```
fEi = Rationalize[0.08];
```

[racionaliza

```
hi = Rationalize[1.6];
```

[racionaliza

```
a = Rationalize[1000];
```

[racionaliza

```
b = 3000;
```

```
K = hi / fEi;
```

```
DT = 4;
```

```
AC =  $\frac{\pi}{4} (D_T)^2$ ;
```

```
 $\tau = A_C K$ ;
```

```
fE =  $\begin{cases} fEi & t < 0 \\ A + fEi & 0 \leq t < a \\ B & a \leq t < b \\ L & t \geq b \end{cases}$ ;
```

(*Determinando fE*)

```
fE = FullSimplify[fE - fEi]
```

[simplifica completamente

```
Out[3]=  $\begin{cases} \frac{1}{100} & 1000 \leq t < 3000 \\ \frac{1}{25} & 0 \leq t < 1000 \\ 0.07 & t \geq 3000 \\ 0 & \text{True} \end{cases}$ 
```

```
In[4]= (*Determinando FE*)
```

```
FE = LaplaceTransform[fE, t, s]
```

[transformada de Laplace

```
Out[4]=  $\frac{0.01 e^{-3000. s} (6. - 3. e^{2000. s} + 4. e^{3000. s})}{s}$ 
```

```
In[5]:= (*Determinando h*)
```

```
h = FullSimplify[InverseLaplaceTransform[ $\frac{K fE}{\tau s + 1}$ , s, t]]
```

```
Out[5]= 0.8 + 1.2 HeavisideTheta[-3000. + t] -  
0.6 HeavisideTheta[-1000. + t] + e $-\frac{t}{80\pi}$  (-0.8 -  
183312. HeavisideTheta[-3000. + t] + 32.0741 HeavisideTheta[-1000. + t])
```

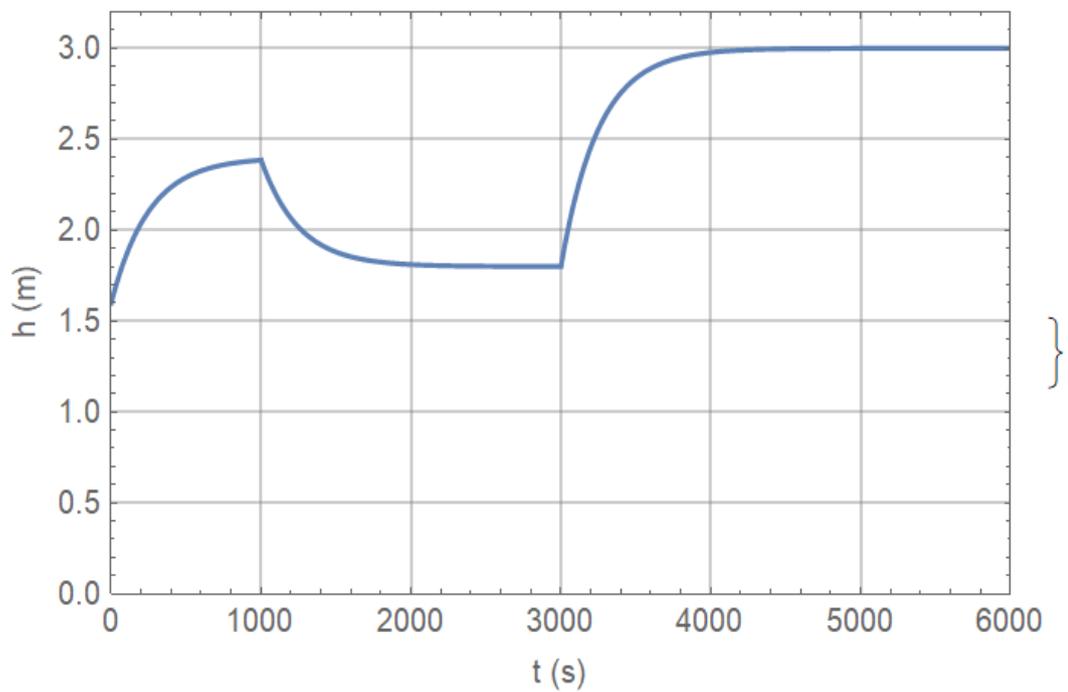
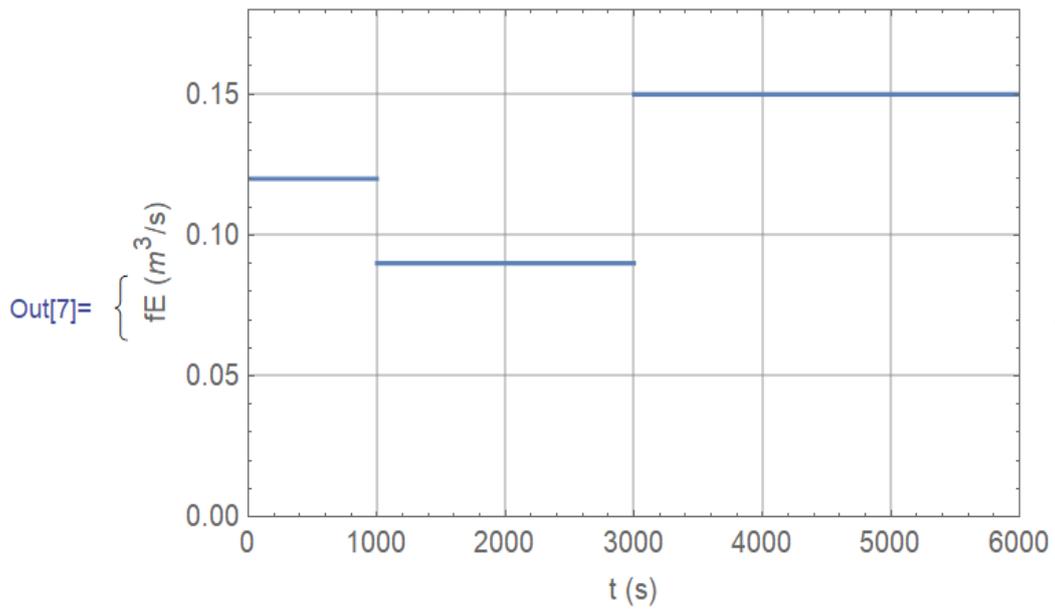
```
In[6]:= (*Determinando h*)
```

```
h = h + hi
```

```
Out[6]= 2.4 + 1.2 HeavisideTheta[-3000. + t] -  
0.6 HeavisideTheta[-1000. + t] + e $-\frac{t}{80\pi}$  (-0.8 -  
183312. HeavisideTheta[-3000. + t] + 32.0741 HeavisideTheta[-1000. + t])
```

```
In[7]:= (*Graficando fE y h*)
```

```
{Plot[fE, {t, 0, 6000}, Frame → True, GridLines → Automatic,  
FrameLabel → {"t (s)", "fE (m3/s)"}, PlotRange → {{0, 6000}, {0, 0.18}},  
Plot[h, {t, 0, 6000}, Frame → True, GridLines → Automatic,  
FrameLabel → {"t (s)", "h (m)"}, PlotRange → {{0, 6000}, {0, 3.2}}]}
```



```
In[8]:= (*Determinando el valor final de h*)
        hfinal = N[Limit[h, t -> Infinity]]
                ... |límite           |infinito
```

Out[8]= 3.

Anexo 3. Código en Wolfram Mathematica para el proceso térmico.

Programa para proceso térmico

Autores: JHOLEY PETTERSON FERNÁNDEZ PINCHE y POOL ANTHONY BARDALES NÚÑEZ

w_L	= flujo másico del líquido a la entrada del tanque, kg/s.
C_L	= calor específico del líquido, J/(kg.°C).
ρ_L	= densidad del líquido, kg/m ³ .
V	= volumen del líquido en el tanque, m ³ .
λ	= entalpía específica de condensación del vapor, J/kg.
$T_L(t)$	= temperatura del líquido en el tanque en el dominio t, °C.
$\mathbb{T}_L(t)$	= temperatura del líquido en el tanque expresada como variable de desviación y en el dominio t, °C.
$T_L(0) = T_{Li}$	= temperatura del líquido en el tanque al inicio del proceso, °C.
$\mathbb{T}_L(s)$	= transformada de Laplace de $\mathbb{T}_L(t)$.
$w_{Sti} = w_{StS}(0^-)$	= flujo másico del vapor antes de iniciar el proceso, kg/s.
w_{St}	= flujo másico del vapor expresado como variable de desviación y en el dominio t, kg/s.
$\mathbb{W}_{St}(s)$	= transformada de Laplace de w_{St} .
t	= tiempo, s.

A = Rationalize[0.07] ;

[racionaliza

B = Rationalize[0.15] ;

[racionaliza

L = Rationalize[0.13] ;

[racionaliza

```

wL = Rationalize[1];
      |racionaliza
V = 0.35;
ρL = 1050;
wSti = Rationalize[0.04];
      |racionaliza
TLi = Rationalize[25];
      |racionaliza
a = Rationalize[2000];
  |racionaliza
b = Rationalize[3000];
  |racionaliza
λ = Rationalize[2201.6 × 103];
  |racionaliza
CL = Rationalize[3680];
     |racionaliza

```

$$K = \lambda / (C_L w_L);$$

$$\tau = \frac{\rho_L V}{w_L};$$

$$w_{St}[t_-] := \begin{cases} w_{Sti} & t < 0 \\ A + w_{Sti} & 0 \leq t < a \\ B & a \leq t < b \\ L & t \geq b \end{cases}$$

w_{St}[t]

$$\text{Out[12]=} \begin{cases} \frac{1}{25} & t < 0 \\ \frac{11}{100} & 0 \leq t < 2000 \\ \frac{3}{20} & 2000 \leq t < 3000 \\ \frac{13}{100} & t \geq 3000 \\ 0 & \text{True} \end{cases}$$

In[13]:= (*Determinando w_{st} *)

$w_{st} = \text{FullSimplify}[w_{st}[t] - w_{sti}]$
[simplifica completamente]

$$\text{Out[13]} = -\frac{1}{25} + \left(\left[\begin{array}{ll} \frac{1}{25} & t < 0 \\ \frac{11}{100} & 0 \leq t < 2000 \\ \frac{13}{100} & t \geq 3000 \\ \frac{3}{20} & \text{True} \end{array} \right] \right)$$

In[14]:= (*Determinando W_{st} *)

$W_{st} = \text{LaplaceTransform}[w_{st}, t, s]$
[transformada de Laplace]

$$\text{Out[14]} = -\frac{1}{25 s} + \frac{e^{-3000 s} (-2 + 4 e^{1000 s} + 11 e^{3000 s})}{100 s}$$

```
In[15]:= (*Determinando TL*)
```

```
TL[t_] := FullSimplify[InverseLaplaceTransform[ $\frac{K W_{St}}{\tau s + 1}$ , s, t]]
```

```
TL[t]
```

```
Out[16]= e-0.00272109 t (-41.8783 + 41.8783 e0.00272109 t + (41 993.5 - 11.9652 e0.00272109 t) HeavisideTheta[-3000 + t] + (-5526.6 + 23.9304 e0.00272109 t) HeavisideTheta[-2000 + t])
```

```
In[17]:= (*Determinando TL*)
```

```
TL = FullSimplify[TL[t] + TLi]
```

```
Out[17]= e-0.00272109 t (-41.8783 + 66.8783 e0.00272109 t + (41 993.5 - 11.9652 e0.00272109 t) HeavisideTheta[-3000 + t] + (-5526.6 + 23.9304 e0.00272109 t) HeavisideTheta[-2000 + t])
```

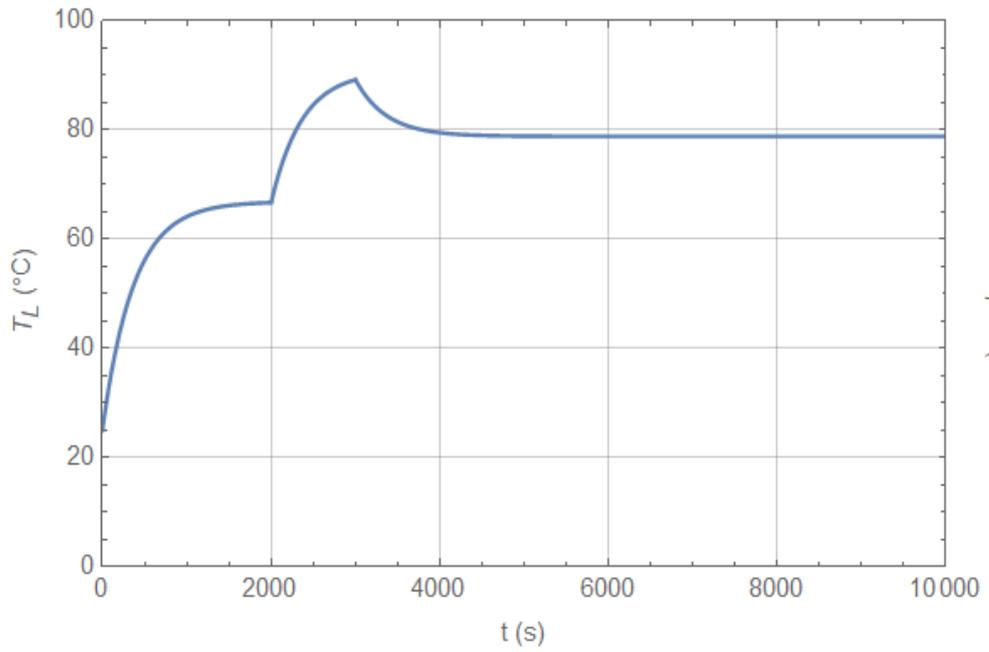
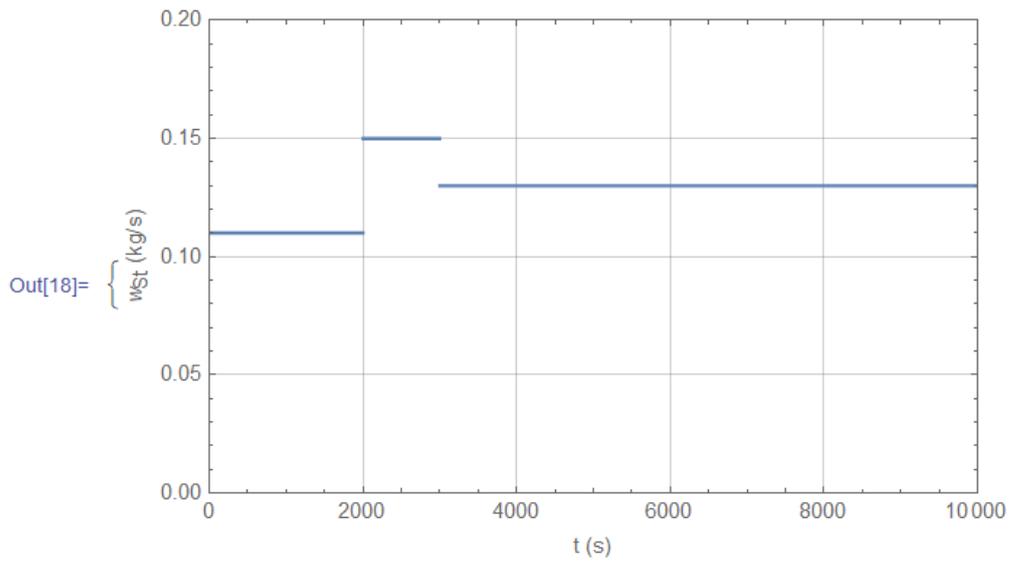
```
In[18]:= (*Graficando wSt y TL*)
```

```
{Plot[wSt[t], {t, 0, 10 000}, Frame → True, GridLines → Automatic, FrameLabel → {"t (s)", "wSt (kg/s)"},
```

```
PlotRange → {{0, 10 000}, {0, 0.2}}],
```

```
Plot[TL, {t, 0, 10 000}, Frame → True, GridLines → Automatic, FrameLabel → {"t (s)", "TL (°C)"},
```

```
PlotRange → {{0, 10 000}, {0, 100}}]}
```



In[19]:= (*Determinando el valor final de T_L *)

$T_{Lfinal} = N[Limit[T_L, t \rightarrow Infinity]]$
[... |límite |infinito]

Out[19]= 78.8435

Anexo 4. Código en Wolfram Mathematica para el proceso de mezclado.

Programa para proceso de mezclado

Autores: JHOLEY PETTERSON FERNÁNDEZ PINCHE y POOL ANTHONY BARDALES NÚÑEZ

q = flujo volumétrico de la solución a la entrada y salida del tanque, L/min.
 $x(t), y(t)$ = concentraciones de la solución en las corrientes de entrada y salida del tanque, respectivamente.
 $x(t), y(t)$ = concentraciones de la solución en las corrientes de entrada y salida del tanque expresadas como variable de desviación.
 $X(s)$ = transformada de Laplace de $x(t)$.
 $Y(s)$ = transformada de Laplace de $y(t)$.
 $x_i = x(0^-)$ = concentración de la solución en la corriente de entrada antes de iniciar el proceso de mezclado, kg/L.
 V = volumen de solución en el tanque, L.
 y_i = concentración de la solución en el tanque al inicio del proceso de mezclado, kg/L.
 t = tiempo, min.

```
ClearAll["Global"];
```

[borra todo](#)

```
In[20]:= A = Rationalize[0.07]; B = Rationalize[0.15]; q = Rationalize[30]; V = 150;
```

```
xi = Rationalize[0.05]; yi = Rationalize[0.01]; a = Rationalize[20]; K = 1;  $\tau = \frac{V}{q}$ ;
```

$$\mathbf{x}[t_] := \begin{cases} \mathbf{x}_i & t < 0 \\ \mathbf{A} + \mathbf{x}_i & 0 \leq t < a \\ \mathbf{B} & t \geq a \end{cases}$$

$\mathbf{x}[t]$

$$\text{Out[23]=} \begin{cases} \frac{1}{20} & t < 0 \\ \frac{3}{25} & 0 \leq t < 20 \\ \frac{3}{20} & t \geq 20 \\ 0 & \text{True} \end{cases}$$

In[24]:= (*Determinando \mathbf{x} *)

$\mathbf{x} = \text{FullSimplify}[\mathbf{x}[t] - \mathbf{x}_i]$
[simplifica completamente]

$$\text{Out[24]=} \begin{cases} \frac{7}{100} & 0 \leq t < 20 \\ \frac{1}{10} & t \geq 20 \\ 0 & \text{True} \end{cases}$$

In[25]:= (*Determinando \mathbf{X} *)

$\mathbf{X} = \text{LaplaceTransform}[\mathbf{x}, t, s]$
[transformada de Laplace]

$$\text{Out[25]=} \frac{e^{-20 s} (3 + 7 e^{20 s})}{100 s}$$

In[26]:= (*Determinando y*)

```
y[t_] := FullSimplify[InverseLaplaceTransform[ $\frac{K X}{\tau s + 1}$ , s, t]]
```

y[t]

Out[27]= $\frac{1}{100} (7 + 3 \text{HeavisideTheta}[-20 + t] - e^{-t/5} (7 + 3 e^4 \text{HeavisideTheta}[-20 + t]))$

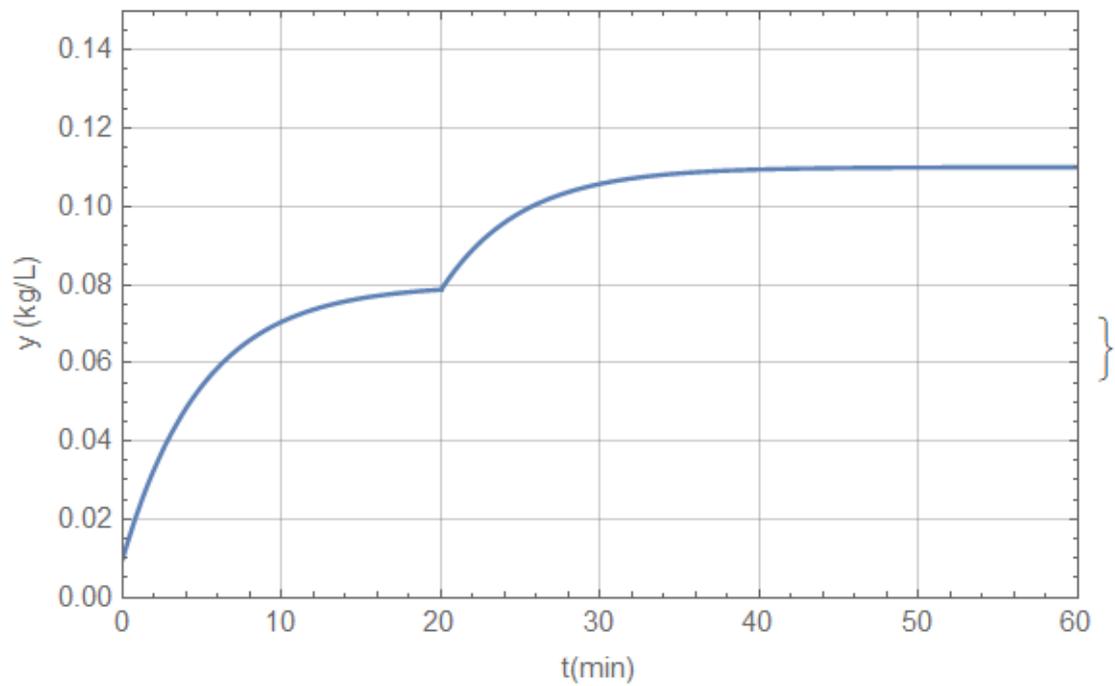
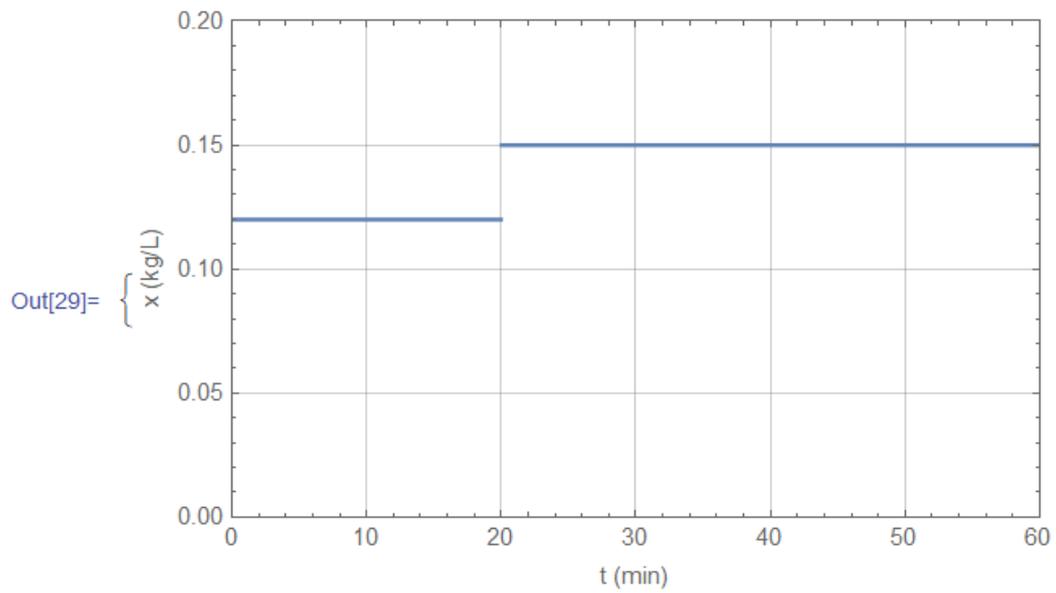
In[28]:= (*Determinando y*)

```
y = FullSimplify[y[t] + yi]
```

Out[28]= $\frac{1}{100} (8 + 3 \text{HeavisideTheta}[-20 + t] - e^{-t/5} (7 + 3 e^4 \text{HeavisideTheta}[-20 + t]))$

In[29]:= (*Graficando x, e y*)

```
{Plot[x[t], {t, 0, 60}, Frame → True, GridLines → Automatic, FrameLabel → {"t (min)", "x (kg/L)"},  
|representación gráfica |marco |verda... |parrilla de líneas |automático |etiqueta de marco  
PlotRange → {{0, 60}, {0, 0.2}}},  
|rango de representación  
Plot[y, {t, 0, 60}, Frame → True, GridLines → Automatic, FrameLabel → {"t(min)", "y (kg/L)"},  
|representación gráfica |marco |verda... |parrilla de líneas |automático |etiqueta de marco  
PlotRange → {{0, 60}, {0, 0.15}}}]
```



```
In[30]:= (*Determinando el valor final de y*)
          yfinal = N[Limit[y, t → Infinity]]
                    [···] [límite]           [infinito]
```

Out[30]= 0.11